

1. A PU239-es naprendszerben lévő Töhötöm bolygón különös erők hatnak. Az űrhajósok az erőtérmérőjükkel meghatározták, hogy az erőtérmérő az alábbi függvényvel írható le:

$$\mathbf{E} = (3-2y) \mathbf{i} - 2(x+yz) \mathbf{j} - y^2 \mathbf{k} \quad [\text{N/kg}] .$$

A nepáli űrhajós 1,5 kg-os vizespalackja az $\mathbf{r} = (t^2+1) \mathbf{i} + (t-1) \mathbf{j} + 2t \mathbf{k} \quad [\text{m}]$ görbe mentén

a $P_0(2, -2, -2) \quad [\text{m}]$ pontból a $P_1(2, 0, 2) \quad [\text{m}]$ pontba mozdult el.

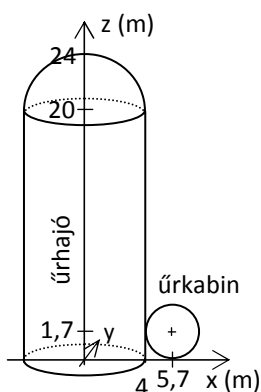
- a) Mekkora munkát végzett eközben az erőtérmérő a vizespalackon? 4 p.
b) Számoljuk ki az erőtérmérő rotációját és állapítsuk meg, hogy konzervatív-e az erőtérmérő! 2 p.

2. Az űrhajósok rendelkezésére áll egy 1,4 m hosszú, 25 N/m rugóállandójú rugó, aminek egyik vége a súrlódásmentes padlón az űrhajó falához van rögzítve, a másik végéhez egy 4 kg tömegű súlyzó erősítettek, azzal tudják meghúzni a rugót az űrhajósok. A nyugalomban lévő rugót a tuszi űrhajós meghúzza 0,4 m-nyit, majd a hutu űrhajós további 0,2 m-nyit.

- a) Melyikük végzett több munkát? 2 p.
A 0,6 m-nyit kihúzott rugót elengedik, így a súlyzó az űrhajó súrlódásmentes padlóján rezgőmozgásba kezd.
b) Milyen távol lesz a súlyzó a faltól az elengedés után 6 s-mal? 3 p.
c) Mekkora lesz a súlyzó maximális sebessége? 1 p.

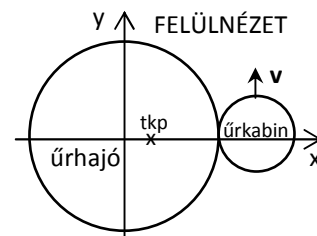
3. Az űrhajóval bolygó körüli pályára álltak az űrhajósok a felszín felett 400 km-rel. A riói űrhajósnak eszébe jutott, hogy a bolygó felszínén hagyta a fényképezőgépet, ezért beszállt az egyszemélyes űrkabinba, hogy visszamenjen érte. A riói űrhajós az űrkabinnal együtt 8 t, induláskor 80 m/s kezdősebességgel rajtol a bolygó közepe felé az űrhajótól, ami 40 t (a benne maradt űrhajósokkal együtt).

- a) Mekkora sebességgel érkezik meg a bolygó felszínére (ha nem kapcsol be fékezőrakétákat)? 3 p.
b) Mennyivel módosul az űrkabin távozása miatt az űrhajó felszín feletti magassága? 3 p.
A bolygó sugara 2000 km, a gravitációs gyorsulás értéke a bolygó felszínén 2 m/s^2 .
A bolygónak nincsen légköre.



4. Az űrhajó egy 20 m hosszú, 4 m sugarú, 36 t tömegű hengerből és az egyik végéhez csatlakozó 4 t tömegű félgömbből áll. A henger és a félgömb is homogénnek tekinthető, a félgömb tömegközéppontja $3/8 R$ távolságra van a hengerrel közös lapjától. A riói űrhajós visszaérkezik az űrhajóhoz a 8 t tömegű, 1,7 m sugarú gömb alakú (szintén homogénnek tekinthető) űrkabinjával, és az űrhajó tengelyére merőleges 8 m/s sebességgel dokkol az ábra szerint.

- a) Hol van az űrhajó + űrkabin együttes tömegközéppontja? 2 p.
b) Mekkora az űrhajó + űrkabin tehetetlenségi nyomatéka az űrhajó tengelyére (a z tengelyre)? 2 p.



- c) Mekkora az űrhajó + űrkabin tehetetlenségi nyomatéka arra a tengelyre, ami az űrhajó tengelyével párhuzamos és a közös tömegközéppontjukon megy át? 1 p.
Henger tehetetlenségi nyomatéka a szimmetriatengelyére $\frac{1}{2} mR^2$;

gömb és félgömb tehetetlenségi nyomatéka a szimmetriatengelyére $\frac{2}{5} mR^2$.

- d) Az űrkabin a dokkoláskor forgásba hozza az addig nem forgó űrhajót. Mekkora lesz a forgás szögsebessége? 2 p.