

Fizika 1 – Mechanika 2. házi feladat megoldása

A Honvédség olyan önjáró lövegeket szerez be, amelyek képesek olyan lövéssorozatot leadni, hogy a célpontot egy időben 5 lövedék találja el:

https://en.wikipedia.org/wiki/Panzerhaubitze_2000

Ezt úgy érik el, hogy az egyes lövések más-más nagyságú kezdősebességgel egyre kisebb hajlásszöggel történnek, azaz eltérő pályán haladnak, de ugyanabba a pontba érkeznek. Számoljuk ki a sorozat egyes lövéseihez tartozó

- kezdősebesség nagyságát és vízszintessel bezárt szögét, és a
- pálya maximális magasságát,

- ha
- a középső lövés kezdősebessége 452 m/s, ami a vízszintessel 45°-ot zár be, és
- a löveg 6,00 s-onként lő.

Milyen távolságra csapódnak be a lövedékek?

A közegellenállást és a Föld forgását hanyagoljuk el. $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ -tel számoljunk.

Megoldás:

A lövés távolsága (sík terepen) $d = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$

A középső lövéshez megadott adatokkal $d = \frac{452^2 \sin 90^\circ}{9,81} = 20826 \text{ m}$.

Ez a lövedék $t_{d,3} = \frac{2 v_{0,3} \sin \alpha_3}{g} = \frac{2 \cdot 452 \cdot \sin 45^\circ}{9,81} = 65,16 \text{ s}$ alatt ér célba.

A többi lövéshez tartozó repülési idők:

$$t_{d,1} = 65,16 + 12,00 = 77,16 \text{ s};$$

$$t_{d,2} = 65,16 + 6,00 = 71,16 \text{ s};$$

$$t_{d,4} = 65,16 - 6,00 = 59,16 \text{ s};$$

$$t_{d,5} = 65,16 - 12,00 = 53,16 \text{ s}.$$

A repülési időből és a távolságból kifejezhető a kezdősebesség nagysága és a szög:

$$\left. \begin{aligned} t_d &= \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \rightarrow v_0 \sin \alpha = \frac{t_d g}{2} \\ d &= \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \rightarrow v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{d g}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow v_0 \cos \alpha = \frac{d}{t_d}$$

$$\rightarrow t_d \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{t_d g}{2d}, \quad v_0 = \sqrt{\left(\frac{d}{t_d}\right)^2 + \left(\frac{t_d g}{2}\right)^2}.$$

A lövés magassága pedig $h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

lövés sorszáma	repülési idő (s)	kilövési sebesség (m/s)	kilövési szög (fok)	maximális magasság (m)
1	77,16	464,9	54,51°	7301
2	71,16	455,5	50,02°	6210
3	65,16	452,0	45,00°	5207
4	59,16	456,2	39,50°	4292
5	53,16	470,6	33,65°	3465