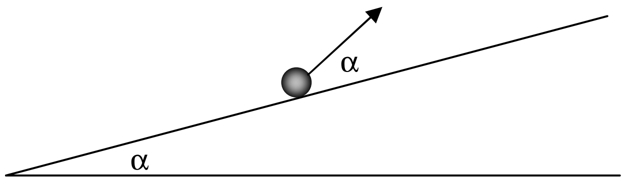
Fizika 1 – Mechanika 2020 / 3. házi feladat megoldása

Egy sík lejtő hajlásszöge α; a lejtőre helyezett test és a lejtő közötti μ csúszási súrlódási együttható éppen akkora, hogy a lejtőn lefelé megindított m tömegű test állandó sebességgel csúszik.

a) A testet a lejtővel párhuzamosan toljuk felfelé. Mekkora kell legyen ez az erő, ha azt szeretnénk, hogy a test sebessége állandó legyen?

b) Mekkora lesz a test gyorsulása, ha $F = mg \cdot \sin(2\alpha)$ nagyságú erővel húzzuk a testet a lejtőn felfelé, úgy, hogy az erő a lejtő síkjával α szöget zár be?



Használjuk ki, hogy a súrlódási együttható kifejezhető a lejtő hajlásszögével, és hozzuk a gyorsulás kifejezését a lehető legegyszerűbb alakra!

<u>Megoldás:</u>

A μ csúszási súrlódási együtthatót kifejezhetjük α-val, felhasználva azt, hogy az ilyen hajlásszögű lejtőn a test sebessége állandó, vagyis a gyorsulása zérus, $m\mathbf{a} = \mathbf{F_g} + \mathbf{F_{ny}} + \mathbf{F_s} = 0$.

A lejtőre merőlegesen: $F_{ny} - mg \cdot \cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad F_{ny} = mg \cdot \cos\alpha$

A lejtővel párhuzamosan (lefelé pozitív):

$ma = mg \cdot \sin\alpha - F_s = mg \cdot \sin\alpha - \mu \cdot F_{ny} = mg \cdot \sin\alpha - \mu mg \cdot \cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad \mu = \mathrm{tg}\alpha$

A továbbiakban $m\mathbf{a} = \mathbf{F} + \mathbf{F_g} + \mathbf{F_{ny}} + \mathbf{F_s}$

a) $F_s = \mu \cdot F_{ny} = \mu mg \cdot \cos\alpha$ most is, mert F-nek nincs a lejtőre merőleges komponense.

A lejtővel párhuzamosan (felfelé pozitív):

$m \cdot a = F - mg \cdot \sin\alpha - F_s = 0$, mert v = konst. $\rightarrow \quad F = mg \cdot \sin\alpha + F_s$

$\mu = \mathrm{tg}\alpha$ felhasználásával

$$F_s = \mu \cdot F_{ny} = \mathrm{tg}\alpha \cdot (mg \cdot \cos\alpha) = mg \cdot \sin\alpha \quad \rightarrow \quad F = 2\, mg \cdot \sin\alpha$$

b) Az $F = mg \cdot \sin(2\alpha)$ erőnek lejtőre merőleges komponense is van, ezért F_{ny} és F_s változik!

A lejtőre merőlegesen: $F_{ny} + mg \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin\alpha - mg \cdot \cos\alpha = 0$

$$\rightarrow \quad F_{ny} = mg \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin(2\alpha) \cdot \sin\alpha = mg\,[\cos\alpha - (2\sin\alpha \cdot \cos\alpha) \cdot \sin\alpha] =$$

$$= mg \cdot \cos\alpha\,[1 - 2\sin^2\alpha] = mg \cdot \cos\alpha\,[\cos^2\alpha - \sin^2\alpha]$$

$$\rightarrow \quad F_s = \mu \cdot F_{ny} = \mathrm{tg}\alpha \cdot mg \cdot \cos\alpha\,[\cos^2\alpha - \sin^2\alpha] = mg \cdot \sin\alpha\,[\cos^2\alpha - \sin^2\alpha]$$

A lejtővel párhuzamosan (felfelé pozitív):

$$m \cdot a = mg \cdot \sin(2\alpha) \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin\alpha - F_s =$$

$$= mg \cdot \sin(2\alpha) \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin\alpha - mg \cdot \sin\alpha\,[\cos^2\alpha - \sin^2\alpha] =$$

$$= \ldots = mg \cdot \sin\alpha\,[2\cos^2\alpha - 1 - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha] = \ldots = 0$$