

Egy test gyorsulását az alábbi függvény írja le:

$$\mathbf{a}(t) = -B \cdot \cos(C \cdot t) \mathbf{j} \quad [\text{m/s}^2], \quad \text{ahol } B = 4 \text{ m/s}^2, \quad C = \frac{2}{3} \text{ s}^{-1}, \quad \text{az idő } s\text{-ban értendő.}$$

A $t_1 = \frac{3\pi}{2}$ s-ban a test sebessége $\mathbf{v}(t_1) = 4 \mathbf{i}$ (m/s), helyvektora $\mathbf{r}(t_1) = -9 \mathbf{j} + 6 \mathbf{k}$ (m).

a) Adjuk meg a test sebességvektorát és helyvektorát az idő függvényében!

(Figyeljünk az egyes komponensekre, az adatok jól vannak megadva!)

b) Írjuk fel a test elmozdulásvektorát a $t_0 = 0$ s és $t_1 = \frac{3\pi}{2}$ s között!

Mi a test átlagsebesség-vektora erre az intervallumra számítva?

Megoldás:

$$\mathbf{a}) \quad a_x = 0 \rightarrow v_x(t) = k_1; \quad v_x\left(\frac{3\pi}{2}\right) = k_1 = 4 \rightarrow k_1 = 4, \quad \text{tehát } v_x(t) = 4$$

$$a_y = -4 \cdot \cos\left(\frac{2}{3} \cdot t\right) \rightarrow v_y(t) = -4 \cdot \frac{3}{2} \cdot \sin\left(\frac{2}{3} \cdot t\right) + k_2; \quad v_y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -6 \cdot \sin(\pi) + k_2 = 0 \rightarrow k_2 = 0,$$

$$\text{tehát } v_y(t) = -6 \cdot \sin\left(\frac{2}{3} \cdot t\right)$$

$$a_z = 0 \rightarrow v_z(t) = k_3; \quad v_z\left(\frac{3\pi}{2}\right) = k_3 = 0 \rightarrow k_3 = 0, \quad \text{tehát } v_z(t) = 0$$

$$\text{A sebességvektor } \mathbf{v}(t) = 4 \mathbf{i} - 6 \cdot \sin\left(\frac{2}{3} \cdot t\right) \mathbf{j} \quad [\text{m/s}].$$

$$v_x = 4 \rightarrow x(t) = 4t + k_4; \quad x\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 4 \cdot \frac{3\pi}{2} + k_4 = 6\pi + k_4 = 0 \rightarrow k_4 = -6\pi, \quad \text{tehát } x(t) = 4t - 6\pi$$

$$v_y = -6 \cdot \sin\left(\frac{2}{3} \cdot t\right) \rightarrow y(t) = 6 \cdot \frac{3}{2} \cdot \cos\left(\frac{2}{3} \cdot t\right) + k_5; \quad y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 9 \cdot \cos(\pi) + k_5 = -9 + k_5 = -9 \rightarrow k_5 = 0,$$

$$\text{tehát } y(t) = 9 \cdot \cos\left(\frac{2}{3} \cdot t\right)$$

$$v_z = 0 \rightarrow z(t) = k_6; \quad z\left(\frac{3\pi}{2}\right) = k_6 = 6 \rightarrow k_6 = 6, \quad \text{tehát } z(t) = 6$$

$$\text{A helyvektor } \mathbf{r}(t) = (4t - 6\pi) \mathbf{i} + 9 \cdot \cos\left(\frac{2}{3} \cdot t\right) \mathbf{j} + 6 \mathbf{k} \quad [\text{m}].$$

$$\mathbf{b}) \quad \mathbf{v}_{\text{átl}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \mathbf{r}(0)}{\Delta t}; \quad \mathbf{r}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -9 \mathbf{j} + 6 \mathbf{k} \quad [\text{m}]$$

$$\mathbf{r}(0) = (4 \cdot 0 - 6\pi) \mathbf{i} + 9 \cdot \cos(0) \mathbf{j} + 6 \mathbf{k} = -6\pi \mathbf{i} + 9 \mathbf{j} + 6 \mathbf{k} \quad [\text{m}]$$

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \mathbf{r}(0) = (-9 \mathbf{j} + 6 \mathbf{k}) - (-6\pi \mathbf{i} + 9 \mathbf{j} + 6 \mathbf{k}) = 6\pi \mathbf{i} - 18 \mathbf{j} \quad [\text{m}]$$

$$\mathbf{v}_{\text{átl}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{6\pi \mathbf{i} - 18 \mathbf{j}}{\frac{3\pi}{2}} = 4 \mathbf{i} - \frac{12}{\pi} \mathbf{j} = 4 \mathbf{i} - 3,82 \mathbf{j} \quad [\text{m/s}]$$