

Hosszú függőleges csőben rugó van elhelyezve, amelynek a cső falával való súrlódása elhanyagolható. A rugóállandó 5 N/m.

A rugó tetejétől számított 25 cm magasságból ráejtünk egy 8 g tömegű golyót, ami a rugó végéhez tapad.

a) Mennyi lesz a golyó maximális sebessége?

b) Mennyi lesz a rugó maximális összenyomódása?

Megoldás:

Mivel a súrlódás elhanyagolható, ezért a test + rugó rendszer össz-energiája állandó.

b) Hasonlítsuk össze

– az indulási állapotot, amikor a test H magasságból indul (zérus sebességgel), és

– a rugó legjobban összenyomódott állapotát (ahol a sebesség ismét zérus).

Legyen pl. a nehézségi erőter potenciális energiájának zérus szintje a rugó tetejénél (azaz amikor a rugó nincs összenyomva):

$$mg H = mg (-\Delta l_{\max}) + \frac{1}{2} k \Delta l_{\max}^2,$$

amiből

$$\Delta l_{\max} = \frac{mg}{k} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2kH}{mg}} \right).$$

Behelyettesítve $\Delta l_{\max} \approx 0,1069 \text{ m} = 10,69 \text{ cm}$.

a) A lefelé tartó test a rugón úgy viselkedik, mint egy harmonikus rezgőmozgást végző test, aminek az egyensúlyi helyzete a rugó egyensúlyi összenyomódása

$$\Delta l_{\text{es}} = mg / k = 0,016 \text{ m} = 1,6 \text{ cm} \text{ lenne,}$$

ez az a helyzet, ahol a legnagyobb a test sebessége.

Ebből kiindulva kétféleképpen is kiszámolhatjuk a maximális sebességet:

1. Energia-megmaradást felírva:

$$mg H = mg (-\Delta l_{\text{es}}) + \frac{1}{2} k \Delta l_{\text{es}}^2 + \frac{1}{2} m v_{\max}^2,$$

amiből

$$v_{\max}^2 = 2g (H + \Delta l_{\text{es}}) - (k/m) \Delta l_{\text{es}}^2 = \dots = g (2H + \Delta l_{\text{es}}) \quad \rightarrow \quad v_{\max} \approx 2,272 \text{ m/s}.$$

2. $v_{\max} = A \cdot \omega$

Az amplitúdó $A = \Delta l_{\max} - \Delta l_{\text{es}} = 0,0909 \text{ m} = 9,09 \text{ cm}$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 25 \text{ s}^{-1} \quad \rightarrow \quad v_{\max} \approx 2,272 \text{ m/s}.$