



Az **A** test a z tengely H pontjából $0,9$ s-mal később indul, mint a **B** test.

- a) Mennyi H értéke? (A két test a levegőben találkozik.)
 b) Mekkora szöget zár be a két test sebességvektora a találkozáskor?

Megoldás

A **B** test sebessége $\mathbf{v}_B(t) = -(v_{B,0} \cdot \cos \alpha_B) \mathbf{i} + (v_{B,0} \cdot \sin \alpha_B - gt) \mathbf{k} \approx -5,400 \mathbf{i} + (9,353 - 10t) \mathbf{k}$;

helyvektora $\mathbf{r}_B(t) = [x_0 - (v_{B,0} \cdot \cos \alpha_B) \cdot t] \mathbf{i} + [(v_{B,0} \cdot \sin \alpha_B) \cdot t - \frac{1}{2} gt^2] \mathbf{k} \approx (10 - 5,400t) \mathbf{i} + (9,353t - 5t^2) \mathbf{k}$.

Az **A** test sebességének és helyvektorának felírásakor figyelembe kell venni, hogy $0,9$ s-mal később indul. A fenti függvényekben t -vel a **B** test indulásától eltelt időt jelöltük, ezt használva az **A** testnél $(t-0,9)$ -et kell írni a $\mathbf{v}(t)$ és $\mathbf{r}(t)$ függvényekbe:

$\mathbf{v}_A(t) = (v_{A,0} \cdot \cos \alpha_A) \mathbf{i} + (v_{A,0} \cdot \sin \alpha_A - g \cdot (t-0,9)) \mathbf{k} \approx 4,677 \mathbf{i} + (2,700 - 10 \cdot (t-0,9)) \mathbf{k}$;

$\mathbf{r}_A(t) = (v_{A,0} \cdot \cos \alpha_A) \cdot (t-0,9) \mathbf{i} + [H + (v_{A,0} \cdot \sin \alpha_A) \cdot (t-0,9) - \frac{1}{2} g(t-0,9)^2] \mathbf{k}$
 $\approx 4,677(t-0,9) \mathbf{i} + (H + 2,700(t-0,9) - 5(t-0,9)^2) \mathbf{k}$.

Találkozásukkor $\mathbf{r}_A(t^*) = \mathbf{r}_B(t^*)$. Komponensenként:

$x_A = x_B: 10 - 5,400t^* = 4,677(t^* - 0,9) \rightarrow t^* \approx 1,410 \text{ s}$

$z_A = z_B: 9,353t^* - 5t^{*2} = H + 2,700(t^* - 0,9) - 5(t^* - 0,9)^2 \rightarrow H \approx 3,171 \text{ m}$

b) A sebességvektorok a találkozáskor ($t^* \approx 1,410$ s behelyettesítésével):

$\mathbf{v}_A(t^*) = 4,677 \mathbf{i} - 2,401 \mathbf{k}$ és $\mathbf{v}_B(t^*) = -5,400 \mathbf{i} - 4,748 \mathbf{k}$ [m/s];

skalárszorzatuk $\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{v}_B = -13,85$; az abszolút értékek $v_A = 5,257$ és $v_B = 7,191$;

$\cos \varphi = -0,3665 \rightarrow \varphi = 111,5^\circ$.

