

Egy 32 N/m rugóállandójú, 45 cm hosszú rugó végét a plafonhoz rögzítjük, a másik végéhez rögzítünk egy 8 dkg-os testet, és a testet meglökjük 2 m/s kezdősebességgel lefelé abban a magasságban, ahol a rugó 10 cm-t van megnyúlva (vagyis a plafonnál 55 cm-rel lejjebb), ezzel rezgésbe hozzuk a testet.

a) Írjuk fel a test x koordinátájának időfüggését! Az x tengely mutasson lefelé, az $x = 0$ legyen a rugó nyugalmi hosszának megfelelő magasságban, a test a $t = 0$ -ban indul, és a függvény $\cos(\dots)$ alakban legyen felírva.

b) Számoljuk ki az alábbi erőket, és adjuk meg az irányukat is:

	rugóerő	eredő erő
az egyensúlyi helyzetben		
a rezgés legalsó pontjában		
a rezgés legfelső pontjában		

MO.

$$\text{a) } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20 \text{ s}^{-1}$$

Az egyensúlyi helyzetben $mg = kx_{\text{es}} \rightarrow x_{\text{es}} = mg/k = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$.

Az x tengelyt az előírások szerint felvéve

$$x(t) = x_{\text{es}} + A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = 0,025 + A \cdot \cos(20t + \varphi_0)$$

$$\rightarrow v(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = -20A \cdot \sin(20t + \varphi_0)$$

$t = 0$ -ban $x_0 = 0,34 - 0,24 = 0,10 \text{ m}$ és $v_0 = 2 \text{ m/s}$ (pozitív, mert lefelé indítjuk);

tehát

$$x_0 = x(0) = x_{\text{es}} + A \cdot \cos(\varphi_0) = 0,025 + A \cdot \cos(\varphi_0) = 0,10 \text{ m} \rightarrow A \cdot \cos(\varphi_0) = 0,075 \text{ m}$$

$$v_0 = v(0) = -A\omega \cdot \sin(\varphi_0) = -20A \cdot \sin(\varphi_0) = 2 \text{ m/s},$$

amiből $A = 0,125 \text{ m}$ és $\varphi_0 = -0,9273 \text{ rad}$ (vagy $5,356 \text{ rad}$)

$$\rightarrow x(t) = 0,025 + 0,125 \cdot \cos(20t - 0,9273)$$

b)

A rezgés legalsó pontjának x koordinátája, azaz a rugó megnyúlása

$$x_a = x_{\text{es}} + A = 0,025 + 0,125 = 0,15 \text{ m},$$

a legfelső ponténak pedig $x_f = x_{\text{es}} - A = 0,025 - 0,125 = -0,10 \text{ m}$, vagyis itt a rugó 10 cm-t össze van nyomódva.

A gravitációs erő $mg = 0,8 \text{ N}$ (pozitív; lefelé).

A rugóerő $F_r = -k \cdot x$:

az egyensúlyi helyzetben $F_{r,\text{es}} = -k \cdot x_{\text{es}} = -32 \cdot 0,025 = -0,8 \text{ N}$ (negatív; felfelé)

$$\rightarrow F_{e,\text{es}} = mg + F_{r,\text{es}} = 0,8 - 0,8 = 0 \text{ (mert egyensúlyi helyzet!);}$$

a legalsó pontban $F_{r,a} = -k \cdot x_a = -32 \cdot 0,15 = -4,8 \text{ N}$ (negatív; felfelé)

$$\rightarrow F_{e,a} = mg + F_{r,a} = 0,8 - 4,8 = -4,0 \text{ N (felfelé);}$$

a legfelső pontban $F_{r,f} = -k \cdot x_f = -32 \cdot (-0,10) = 3,2 \text{ N}$ (pozitív; lefelé)

$$\rightarrow F_{e,f} = mg + F_{r,f} = 0,8 + 3,2 = 4,0 \text{ N (lefelé).}$$

(A szélső helyzetekben az eredő erő nagysága azonos, mivel $F_{e,\text{max}} = ma_{\text{max}} = m\omega^2 A$.)

	rugóerő	eredő erő
az egyensúlyi helyzetben	0,8 N felfelé	0
a rezgés legalsó pontjában	3,2 N lefelé	4,0 N lefelé
a rezgés legfelső pontjában	4,8 N felfelé	4,0 N felfelé