

Candide Thovex-nek építettek egy olyan ugratót, amiről 60° -os szögben repül el a vízszinteshez képest felfelé. Ha az elugrásának helyét vesszük az origónak és az x tengely irányában ugrik el, akkor az előtte levő terepet a következő függvény írja le:

$$z(x) = -0,1 x^2 + 3 x - 12 \quad [\text{m}]$$

- a) Mi történik vele, ha 36 km/h sebességgel ugrik el?
 b) Mekkora minimális sebességgel kell elugornia, hogy átjusson az előtte lévő domb túloldalára?

MO.

Fejezzük ki Candide Thovex (CT) pályáját:

$$x_{CT}(t) = (v_0 \cos\alpha) t = (36/3,6) \cdot \cos 60^\circ \cdot t = 5t \quad \rightarrow \quad t = x_{CT} / (v_0 \cos\alpha) = x_{CT} / 5$$

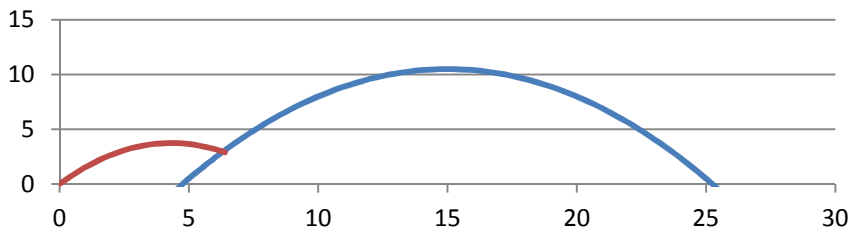
$$z_{CT}(t) = (v_0 \sin\alpha) t - \frac{1}{2}gt^2 = (36/3,6) \cdot \sin 60^\circ \cdot t - 5t^2 = 5t(\sqrt{3} - t)$$

$$\rightarrow z_{CT}(x) = \text{tg}\alpha \cdot x - g/(2 v_0^2 \cos^2\alpha) \cdot x^2 = \sqrt{3} x - 0,2x^2$$

- a) A pályáját leíró $z_{CT}(x)$ és a terepet leíró $z(x)$ függvény metszéspontjánál fog földet érni CT:

$$\sqrt{3} x - 0,2x^2 = -0,1 x^2 + 3 x - 12 \quad \rightarrow \quad x \approx 6,317 \text{ m} \quad (\text{a másik } x \text{ érték negatív}).$$

Az ehhez tartozó magasság $z \approx 2,960 \text{ m}$ (bármelyik $z(x)$ függvényből), tehát CT a ebben a pontban ér földet.



- b) A kérdés az, hogy hol van a domb legmagasabb pontja, mert azon túl kell földet érnie (határesetben éppen ott). (Felejtsük el azt, hogy végülis sílécen a dombon felfelé is tudna csúszni, ha a teteje előtt érne földet, és megfelelő lendülettel átjuthatna a túloldalra.)

A legmagasabb pont koordinátáit megkapjuk a terep $z(x)$ függvényének deriválásával:

$$\frac{dz}{dx} = -0,2x_m + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x_m = 15 \text{ m}, \quad z_m = 10,5 \text{ m}.$$

CT pályája v_0 függvényében:

$$z_{CT}(x) = \text{tg}60^\circ \cdot x - g/(2 v_0^2 \cos^2 60^\circ) \cdot x^2 = \sqrt{3} x - (20/v_0^2) \cdot x^2$$

Keressük azt a v_0 értéket, amivel az x_m, z_m pont illeszkedik CT pályájára:

$$10,5 = \sqrt{3} \cdot 15 - (20/v_0^2) \cdot 15^2 \quad \rightarrow \quad v_0 \approx 17,05 \text{ m/s} \approx 61,38 \text{ km/h}.$$

