Fizika 1 – Mechanika 2. házi feladat megoldása

Egy változtatható hajlásszögű lejtőre helyezünk (kezdősebesség nélkül) egy 10 kg tömegű testet. A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható 0,15 , a tapadási súrlódási együttható 0,40. A testre állandó 80 N nagyságú erő hat, a test helyzetétől függetlenül mindig vízszintes irányban (pl. erős szél fújja vízszintesen).
Ábrázoljuk a hajlásszög függvényében a testre ható súrlódási erő nagyságát! Számoljuk ki a kritikus szögeket és a kritikus erőket! Adjuk meg, hogy az egyes tartományokban merre mutat a súrlódási erő.

MO.
A lejtőre merőleges erők ill. -komponensek:
kifelé F_{ny}, befelé $F \cdot \sin\alpha$ és $mg \cdot \cos\alpha$, ezek eredője zérus $\rightarrow$ $F_{ny} = F \cdot \sin\alpha + mg \cdot \cos\alpha$.

A lejtővel párhuzamos erők ill. -komponensek:
$mg \cdot \sin\alpha$ lefelé,
$F \cdot \cos\alpha$ felfelé,
és tapadási vagy csúszási súrlódási erő, aminek az iránya függ a lejtő hajlásszögétől.

Van egy szög – legyen ez α_0 –, ahol éppen nem lép fel súrlódási erő, mert $mg \cdot \sin\alpha_0 = F \cdot \cos\alpha_0$:
$\mathrm{tg}\alpha_0 = F / (mg) = 80/100 = 0{,}8 \quad \rightarrow \quad \alpha_0 \approx 38{,}66°$.
Vegyük észre, hogy ez éppen az a szög, amivel ha elforgatnánk a rendszert, az **F** és az m**g** vektori eredője függőleges lenne.

$\alpha < \alpha_0$ esetén $F \cdot \cos\alpha > mg \cdot \sin\alpha$, a test felfelé gyorsulna, ha nem lenne tapadási súrlódási erő, vagyis F_t lefelé hat. A test nem kezd el gyorsulni, amíg F_t el nem éri a maximális értékét, ami
$F_{t,max} = \mu_t F_{ny} = \mu_t (F \cdot \sin\alpha + mg \cdot \cos\alpha) = 0{,}40 (80 \sin\alpha + 100 \cos\alpha) = 32 \sin\alpha + 40 \cos\alpha$.
A tapadás megszűnik α_1 -nél:
$F \cdot \cos\alpha_1 - mg \cdot \sin\alpha_1 - F_{t,max} = F \cdot \cos\alpha_1 - mg \cdot \sin\alpha_1 - \mu_t (F \cdot \sin\alpha_1 + mg \cdot \cos\alpha_1) = 0$
$80 \cos\alpha_1 - 100 \sin\alpha_1 - (32 \sin\alpha_1 + 40 \cos\alpha_1) = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{tg}\alpha_1 = 120/68 \quad \alpha_1 \approx 16{,}86°$.
Ennél a szögnél $F_{t,\alpha1} = 32 \sin 16{,}86° + 40 \cos 16{,}86° \approx 47{,}56$ N.

$\alpha > \alpha_0$ esetén $mg \cdot \sin\alpha > F \cdot \cos\alpha$, a test lefelé gyorsulna, ha nem lenne tapadási súrlódási erő, vagyis F_t felfelé hat, és a test nem kezd el gyorsulni, amíg F_t el nem éri a maximális értékét.
A tapadás megszűnik α_2 -nél:
$mg \cdot \sin\alpha_2 - F \cdot \cos\alpha_2 - F_{t,max} = mg \cdot \sin\alpha_2 - F \cdot \cos\alpha_2 - \mu_t (F \cdot \sin\alpha_2 + mg \cdot \cos\alpha_2) = 0$
$100 \sin\alpha_2 - 80 \cos\alpha_2 - (32 \sin\alpha_2 + 40 \cos\alpha_2) = 0 \quad \rightarrow \quad \mathrm{tg}\alpha_2 = 40/132 \quad \alpha_2 \approx 60{,}46°$.
Ennél a szögnél $F_{t,\alpha2} = 32 \sin 60{,}46° + 40 \cos 60{,}46° \approx 47{,}56$ N.
Vegyük észre, hogy $\alpha_2 - \alpha_0 = \alpha_0 - \alpha_1 = 21{,}80° = \mathrm{arc\,tg}\, \mu_t$ (azaz $\mathrm{tg} 21{,}80° = \mu_t$); ez az a szög, aminél a tapadás megszűnik, ha egy lejtő hajlásszögét növeljük a vízszinteshez képest, és a testre csak m**g** hat (ld. a 3/10. feladatot). Most az **F** és az m**g** vektori eredőjét függőlegesbe fordító szöghöz képest értelmezendő ez a szög „jobbra” ill. „balra”, ami itt a kevésbé meredek ill. meredekebb lejtőnek felel meg.

α_1 és α_2 között a tapadási súrlódási erő nagysága $F_t = | mg \cdot \sin\alpha - F \cdot \cos\alpha |$.

$\alpha < \alpha_1$ esetén a test felfelé gyorsul, közben
$F_s = \mu F_{ny} = \mu (F \cdot \sin\alpha + mg \cdot \cos\alpha) = 0{,}15 (80 \sin\alpha + 100 \cos\alpha) = 12 \sin\alpha + 15 \cos\alpha$ nagyságú csúszási súrlódási erő hat rá lefelé. 0°-nál $F_{s,0} = 15$ N, α_1-nél $F_{s,\alpha1} \approx 17{,}84$ N.

$\alpha > \alpha_2$ esetén a test lefelé gyorsul, a csúszási súrlódási erő felfelé hat. Nagysága most is $F_s = 12 \sin\alpha + 15 \cos\alpha$, α_2-nél $F_{s,\alpha 2} \approx 17{,}84$ N, 90°-nál $F_{s,90} = 12$ N.