Fizika 1 – Mechanika   1. házi feladat

Egy test gyorsulását az alábbi függvény írja le:

$$\mathbf{a}(t) = -\frac{8}{t^2}\,\mathbf{i} + \frac{p}{2\sqrt{t}}\,\mathbf{j} + \frac{p}{4}t\,\mathbf{k}\,.$$

A test sebessége a $t_1 = 1$ s-ban $\mathbf{v}(1) = 2\,\mathbf{i} + (\,p - 2\,)\,\mathbf{j} + (\,\frac{p}{8} + 2\,)\,\mathbf{k}\,.$

Határozzuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy

t_2 = 4 s-ban a test sebességének nagysága 8 m/s legyen!

MO.

$$a_x = -\frac{8}{t^2}\,; \qquad a_y = \frac{p}{2\sqrt{t}}\,; \qquad a_z = \frac{p}{4}t\,;$$

„t_0" $= t_1 = 1$; $v_x(t_0) = v_x(1) = 2$; $v_y(t_0) = v_y(1) = p - 2$; $v_z(t_0) = v_z(1) = \frac{p}{8} + 2$;

$$v_x(t) = v_x(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_x(\tau)\,d\tau = 2 + \int_1^t \left(-\frac{8}{t^2}\right) d\tau = 2 + \left[\frac{8}{\tau}\right]_1^t = 2 + \frac{8}{t} - 8 = \frac{8}{t} - 6$$

$$v_y(t) = v_y(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_y(\tau)\,d\tau = (p-2) + \int_1^t \left(\frac{p}{2\sqrt{\tau}}\right) d\tau = (p-2) + \left[p\sqrt{\tau}\right]_1^t =$$

$$= (p-2) + p\sqrt{t} - p = p\sqrt{t} - 2$$

$$v_z(t) = v_z(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_z(\tau)\,d\tau = \left(\frac{p}{8} + 2\right) + \int_1^t \left(\frac{p}{4}\tau\right) d\tau = \left(\frac{p}{8} + 2\right) + \left[\frac{p}{8}\tau^2\right]_1^t =$$

$$= \left(\frac{p}{8} + 2\right) + \frac{p}{8}t^2 - \frac{p}{8} = \frac{p}{8}t^2 + 2$$

$t_2 = 4$ s-ban

$v_x(4) = \frac{8}{4} - 6 = -4\,;$ $v_y(4) = p\sqrt{4} - 2 = 2p - 2\,;$ $v_z(4) = \frac{p}{8}4^2 + 2 = 2p + 2\,;$

$$v(4) = \sqrt{(-4)^2 + (2p-2)^2 + (2p+2)^2} = \sqrt{16 + 4p^2 - 8p + 4 + 4p^2 + 8p + 4} =$$

$$= \sqrt{8p^2 + 24}\,;$$

a feladat szerint $v(4) = 8$ m/s, tehát $\sqrt{8p^2 + 24} = 8 \quad \rightarrow \quad p = \pm\sqrt{5}$