

2. házi feladat



A 2-es test a z tengely H pontjából 1 s-mal később indul, mint az 1-es test.

- Mennyi H értéke, ha a két test a levegőben találkozik?
- Adjuk meg a találkozási pont koordinátáit!
- Mekkora szöget zár be a két test sebességvektora a találkozáskor?
 $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ értékkel számoljunk!

Megoldás:

Az 1-es test sebessége $\mathbf{v}_1(t) = -(v_{01} \cdot \cos \alpha_1) \mathbf{i} + (v_{01} \cdot \sin \alpha_1 - gt) \mathbf{j} \approx -5,472 \mathbf{i} + (15,034 - 10t) \mathbf{j}$;

helyvektora $\mathbf{r}_1(t) = [x_0 - (v_{01} \cdot \cos \alpha_1) \cdot t] \mathbf{i} + [(v_{01} \cdot \sin \alpha_1) \cdot t - \frac{1}{2} gt^2] \mathbf{j} \approx (45 - 5,472t) \mathbf{i} + (15,034t - 5t^2) \mathbf{j}$.

A 2-es test sebességének és helyvektorának felírásakor figyelembe kell venni, hogy 1 s-mal később indul. A fenti függvényekben t-vel az 1-es test indulásától eltelt időt jelöltük, ezt használva a 2-es testnél (t-1)-et kell írni a $\mathbf{v}(t)$ és $\mathbf{r}(t)$ függvényekbe:

$\mathbf{v}_2(t) = (v_{02} \cdot \cos \alpha_2) \mathbf{i} + (v_{02} \cdot \sin \alpha_2 - g \cdot (t-1)) \mathbf{j} \approx 62,601 \mathbf{i} + (13,306 - 10 \cdot (t-1)) \mathbf{j}$;

$\mathbf{r}_2(t) = (v_{02} \cdot \cos \alpha_2) \cdot (t-1) \mathbf{i} + [H + (v_{02} \cdot \sin \alpha_2) \cdot (t-1) - \frac{1}{2} g(t-1)^2] \mathbf{j} \approx 62,601(t-1) \mathbf{i} + (H + 13,306(t-1) - 5(t-1)^2) \mathbf{j}$.

Találkozásukkor $\mathbf{r}_1(t^*) = \mathbf{r}_2(t^*)$. Komponensenként:

$$45 - 5,472t^* = 62,601(t^* - 1) \quad \rightarrow \quad t^* \approx 1,58 \text{ s}$$

$$15,034t^* - 5t^{*2} = H + 13,306(t^* - 1) - 5(t^* - 1)^2$$

$$15,034t^* = H + 13,306t^* - 13,306 + 10t^* - 5 \quad \rightarrow \quad H \approx 5,23 \text{ m} \quad \mathbf{a)}$$

b) t^* behelyettesítésével $\mathbf{r}_1(t^*) = \mathbf{r}_2(t^*) = 36,35 \mathbf{i} + 11,27 \mathbf{j}$ [m].

c) A sebességvektorok a találkozáskor (t^* behelyettesítésével):

$$\mathbf{v}_1(t^*) = -5,472 \mathbf{i} - 0,772 \mathbf{j} \quad \text{és} \quad \mathbf{v}_2(t^*) = 62,601 \mathbf{i} + 7,500 \mathbf{j} \quad [\text{m/s}];$$

$$\text{skalárszorzatuk } \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = -348,36;$$

$$\text{az abszolút értékek } v_1 = 5,526 \quad \text{ill.} \quad v_2 = 63,049 \text{ (m/s),}$$

$$\cos \varphi = -0,99978 \quad \rightarrow \quad \varphi = 178,8^\circ,$$

vagyis a két test gyakorlatilag egymással szembe repülve találkozik.

(Mivel $\cos \varphi$ abszolút értéke közel van 1-hez, pontosan kell számolni!)