

## Mechanika számolási gyakorlat 2014. tavasz 6. házi feladat

Egy 15 cm hosszú, 15 N/m rugóállandójú rugó egyik végére erősítünk egy 15 dkg-os testet, a másik végét a plafonhoz rögzítjük. A testet úgy engedjük el, hogy az a felfüggesztési pontnál 19 cm-rel van lejjebb, és 0,8 m/s kezdősebességet adunk neki felfelé.

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

- Számoljuk ki a rezgés egyensúlyi helyzetét és periódusidejét!
- Számoljuk ki a rezgés amplitúdóját és fázisállandóját!
- Írjuk fel a testnek a felfüggesztési ponttól mért távolságát az idő függvényében!  
(ellenőrizzük, hogy  $t = 0$ -ra tényleg jó értéket ad-e)
- Milyen távol lesz a test a felfüggesztési ponttól 9 s múlva?
- Mekkora és milyen irányú abban a pillanatban a testre ható rugóerő, ill. eredő erő?

### MO.

$$a) \quad mg = kx_{es} \rightarrow x_{es} = mg/k = 0,15 \cdot 10/15 = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{15}{0,15}} = 10 \text{ s}^{-1}, \quad T = 2\pi/\omega = 0,2\pi \text{ s} \approx 0,63 \text{ s}$$

$$b) \quad x_0 = X(0) - (l_0 + x_{es}) = 0,19 - (0,15 + 0,1) = -0,06 \text{ m}$$

A rezgés egyensúlyi helyzete  $l_0 + x_{es} = 0,15 + 0,1 = 0,25 \text{ m}$ -re van a felfüggesztési ponttól.

Legyen itt az  $x$  tengely 0 pontja és a pozitív irányt vegyük fel lefelé, így az  $x_0$  negatív, mivel a test kiindulási távolsága a felfüggesztési ponttól 0,19 m.

Az  $X$  tengelyt pedig úgy vettük fel, hogy a felfüggesztési pont a 0 pontja és lefelé mutat.

Mivel a test magasabbról indul, mint a rezgés egyensúlyi pontja és a kezdősebesség felfelé mutat, ez azt jelenti, hogy a kezdősebesség negatív:  $v_0 = -0,8 \text{ m/s}$ .

$$x_0 = -0,06 = A \cos \varphi_0$$

$$v_0 = -0,8 = -A\omega \sin \varphi_0 = -10A \sin \varphi_0$$

$$\text{Ezekből } A = \sqrt{0,06^2 + \left(\frac{0,8}{10}\right)^2} = \mathbf{0,1 \text{ m}}$$

$$\text{tg } \varphi_0 = \frac{0,8/10}{-0,06} = -4/3 \rightarrow \varphi_0 = -0,9273 + k\pi$$

$$\varphi_0 = -0,9273 \text{ választással} \quad x(0) = 0,1 \cdot \cos(-0,9273) = 0,06 \text{ pozitív lenne és}$$

$$v(0) = -10 \cdot 0,1 \cdot \sin(-0,9273) = 0,8 \text{ pozitív lenne,}$$

ezért  $\varphi_0 = -0,9273 + \pi = \mathbf{2,2143}$ , amivel előjelhelyesen visszkapjuk a kezdeti feltételeket.

$$\text{Tehát } x(t) = 0,1 \cdot \cos(10t + 2,2143) \text{ [m].}$$

$$c) \quad X(t) = l_0 + x_{es} + x(t) = 0,25 + 0,1 \cdot \cos(10t + 2,2143) \text{ [m].}$$

$$d) \quad \mathbf{X(9) = 0,25 + 0,1 \cdot \cos(10 \cdot 9 + 2,2143) \approx 0,205 \text{ m.}}$$

$$e) \quad \text{A rugó megnyúlása } t = 9 \text{ s-nál } \Delta l = X(9) - l_0 = 0,055 \text{ m,}$$

**a rugóerő**  $F_r = -k \cdot \Delta l = -15 \cdot 0,055 \approx \mathbf{-0,83 \text{ N}}$ , **felfelé hat** a testre (a rugó meg van nyúlva!).

A nehézségi erő  $mg = 1,5 \text{ N}$ ; **az eredő erő**  $F_e = 1,5 - 0,83 = \mathbf{0,67 \text{ N}}$  **lefelé**.

(az eredő erő a testet az egyensúlyi helyzet felé gyorsítja, ami lejjebb van)