

## Mechanika számolási gyakorlat 2014. tavasz 5. házi feladat

Az 1995-ös olimpia alkalmával történt, hogy az egyik rúdugró aranyat akart csempészni az ugrórúdjában. A rúdja 4 cm átmérőjű és 5 m hosszú volt, és szénszál erősítésű kevlarból készült, aminek sűrűsége  $\rho_k = 1,5 \text{ kg/dm}^3$ . A versenybizottság azonban megvizsgált minden rudat, és feltűnt nekik, hogy a rúd 6,7 dkg-mal nehezebb, mint az a fenti adatok alapján várható lenne, és ráadásul a súlypontja se a felénél van, hanem 1 cm-rel odébb.

Hol, mennyi arany volt a rúdban, ha az a rúd teljes keresztmetszetében, egy darabban volt belerakva?

Az arany sűrűsége  $\rho_{Au} = 19,3 \text{ kg/dm}^3$ .

### MO.

Ha az egész rúd kevlarból lenne, a tömege

$$m_{tk} = \rho_k \cdot V_{rúd} = \rho_k \cdot L \cdot r^2 \pi = 19300 \cdot 5 \cdot 0,02^2 \pi \approx 9,425 \text{ kg lenne,}$$

de az arannyal együtt a tömege  $m_{rúd} \approx 9,425 + 0,067 = 9,492 \text{ kg}$ .

Legegyszerűbb úgy gondolkodnunk, hogy két testünk van:

– egy tiszta kevlar rúd (teljes hosszában, azaz ott is, ahol az arany van), és

– a 6,7 dkg plusz tömeg (ott, ahol az arany van),

és az aranydarabkának a tömegközéppontját vissza tudjuk számolni abból, hogy mennyivel tolódott el a rúd tömegközéppontjának koordinátája a közepéhez képest.

Tehát van  $m_{tk} \approx 9,425 \text{ kg}$ , aminek a tömegközéppontja a rúd felénél van, és

a plusz tömeg,  $\Delta m = 0,067 \text{ kg}$ , aminek ismeretlen a tömegközéppontja,

és így a teljes  $m_{rúd} \approx 9,492 \text{ kg}$  tömegű rúd tömegközéppontja a végétől 2,51 m-re van:

$$x_s = 2,51 = \frac{2,50 \cdot 9,425 + x \cdot 0,067}{9,492}, \quad \text{amiből } x \approx \mathbf{3,917 \text{ m}} \text{ a rúd végétől,}$$

vagy

$$x'_s = 0,01 = \frac{x' \cdot 0,067}{9,492}, \quad \text{amiből } x' \approx \mathbf{1,417 \text{ m}} \text{ a rúd közepétől.}$$

Egyébként mennyi arany van a rúdban és milyen hosszon?

Ahol az arany van, ott a sűrűség  $\rho_{Au} - \rho_k = 17,8 \text{ kg/dm}^3$ -rel nagyobb, mintha ott is kevlarból lenne, tehát a  $\Delta m = 6,7 \text{ dkg}$  tömegnövekedést egy

$V_{Au} = \Delta m / (\rho_{Au} - \rho_k) \approx 3,764 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$  térfogatú,

$l_{Au} = V_{Au} / A = 3,764 \cdot 10^{-6} / (0,02^2 \pi) \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 0,3 \text{ cm}$  hosszú aranydarab okozza,

aminek tömege  $m_{Au} = V_{Au} \cdot \rho_{Au} \approx 0,0726 \text{ kg}$ .