

Mechanika számolási gyakorlat 2014. tavasz 2. házi feladat

7920 m magasságban állandó, 960 km/h vízszintes sebességgel haladó repülőgépről leesett az egyik ajtó. Szupermen is azon a repülőgépen utazott, de éppen aludt. 10 s-ig tartott, amíg felébresztették és elmondták neki, mi történt. Ekkor azonnal (0 s alatt) odaszaladt az ajtó helyén tátongó lyukhoz és ...

a) ... függőlegesen lefelé v_0 kezdősebességgel elrugaskodva utána ugrott az ajtónak. Mekkora kezdősebességgel ugrott ki Szupermen, ha 3 s alatt érte utol az ajtót?

b) ... zérus kezdősebességgel, de különleges képességeit felhasználva állandó nagyságú, függőleges gyorsulással indult az ajtó után (ez a gyorsulás hozzáadódik a nehézségi erőből eredő gyorsulásához). Legalább mekkorának kellett lenni ennek a gyorsulásnak, hogy még a levegőben elérje az ajtót?

A g értékét vegyük $9,9 \text{ m/s}^2$ -nek. A légellenállást hanyagoljuk el!

Megoldás:

Ha a légellenállást elhanyagolhatjuk, akkor a leesett ajtóra nem hat vízszintes irányú erő, megtartja a repülőgép sebességével megegyező vízszintes sebességkomponensét, mindig a repülőgép alatt lesz. A feladat megoldásához elég a z koordinátát felírni. (Mivel az ajtó is és Szupermen is kiterjedt testek, a tömegközéppontjaik koordinátáit írjuk fel.)

a) Az ajtó z koordinátája: $z_a(t) = z_0 - \frac{1}{2} g t^2 = 7920 - 9,9/2 t^2$,
10+3 s múlva $z_a(13) = 7920 - 9,96/2 \cdot 13^2 = 7920 - 836,55 = 7083,45 \text{ m}$.
Szupermen z koordinátája: $z_s(t) = z_0 + v_0(t-\Delta t) - \frac{1}{2} g(t-\Delta t)^2 = 7920 + (t-10) - 9,9/2 \cdot (t-10)^2$
13 s múlva találkozik az ajtóval, vagyis akkor egyeznek meg a koordinátáik:
 $z_s(13) = 7920 + v_0 \cdot 3 - 9,9/2 \cdot 3^2 = 7875,45 + 3v_0 = 7083,45 \text{ m} \rightarrow v_0 = -264 \text{ m/s}$.

b) Az ajtó akkor ér földet, amikor $z_a(t) = 7920 - 9,9/2 \cdot t_1^2 = 0 \rightarrow t_1 = 40 \text{ s}$,
legkésőbb ekkor kell Szupermennek földet érnie, ha még a levegőben el akarja kapni az ajtót.
Szupermen z koordinátája most $z_s(t) = z_0 + \frac{1}{2} (a_s - g) (t-\Delta t)^2 = 7920 + \frac{1}{2} (a_s - 9,9) \cdot (t-10)^2$.
Ha éppen a földet éréskor éri utol az ajtót (azaz $t_1 = 40 \text{ s}$ -nél lesz $z_s = 0$):
 $z_s(t) = 7920 + \frac{1}{2} (a_s - 9,9) \cdot (40-10)^2 = 0 \rightarrow a_s = -7,7 \text{ m/s}^2$, ez a minimális gyorsulás; ha ennél nagyobb (abszolút értékű) gyorsulással vetődik az ajtó után, akkor magasabban éri utol.