

## Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat 2013. tavasz

### 3. házi feladat

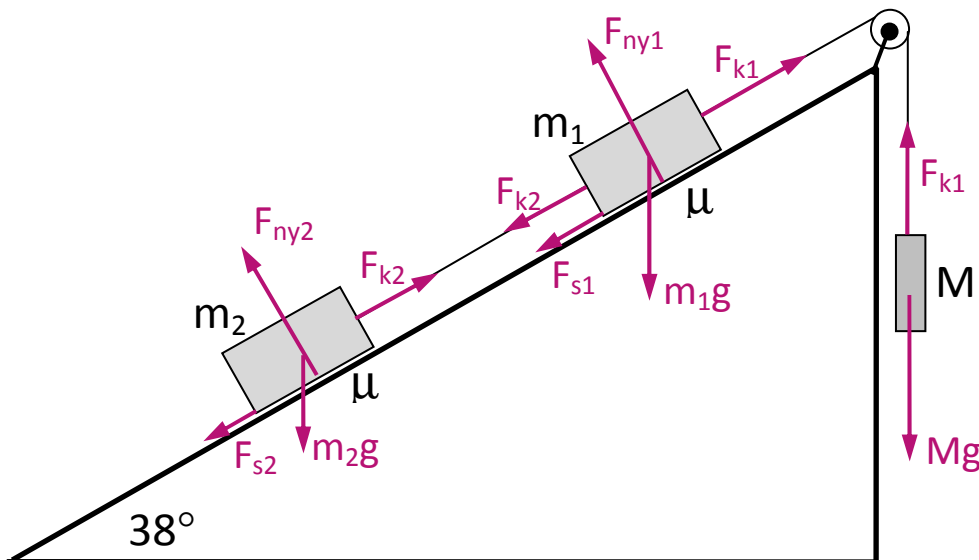
Az ábra szerint elhanyagolható tömegű nyújthatatlan kötéllal egymáshoz kötünk egy  $M$ ,  $m_1$  és  $m_2$  tömegű testet és  $38^\circ$ -os hajlásszögű lejtőre tesszük. A lejtő tetején egy ideális (súrlódásmentes, elhanyagolható tömegű) csiga van. Az  $m_1$  és  $m_2$  tömegű testek és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható  $\mu = 0,08$ .

a.) Mekkora a testek gyorsulása és mekkorák a kötélerők?

b.) Ha az  $M$  tömegű testet eltávolítjuk, mekkora erővel kell húzni a kötelet, hogy az  $m_1$  és  $m_2$  tömegű testek gyorsulása ne változzon?

c.) Hányszorosára nő a testek gyorsulása, ha az  $M$  tömeg kétszeresére nő? (a kötelet nem húzzuk)

$M = 7 \text{ kg}$ ;  $m_1 = 5 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 3 \text{ kg}$ ;  $\mu = 0,08$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$



#### Megoldás:

a.) Az  $m_1$ -re ill.  $m_2$ -re a lejtő által kifejtett nyomóerő  $F_{ny1} = m_1 g \cos 38^\circ$  ill.  $F_{ny2} = m_2 g \cos 38^\circ$  (ezt megkaphatjuk a lejtőre merőleges komponensből:  $ma_{\perp} = F_{ny} - mg \cos 38^\circ = 0$ ), így a súrlódási erők  $F_{s1} = \mu F_{ny1} = \mu m_1 g \cos 38^\circ$  ill.  $F_{s2} = \mu F_{ny2} = \mu m_2 g \cos 38^\circ$ . A lejtővel párhuzamosan

$$M a = Mg - F_{k1}$$

$$m_1 a = F_{k1} - F_{k2} - m_1 g \sin 38^\circ - F_{s1} = F_{k1} - F_{k2} - m_1 g \sin 38^\circ - \mu m_1 g \cos 38^\circ$$

$$m_2 a = F_{k2} - m_2 g \sin 38^\circ - F_{s2} = F_{k2} - m_2 g \sin 38^\circ - \mu m_2 g \cos 38^\circ$$

Ezekből 
$$a = \frac{M - (m_1 + m_2)(\sin 38^\circ - \mu \cos 38^\circ)}{m_1 + m_2 + M} g \approx 1,047 \text{ m/s}^2$$

és a kötélerők: 
$$F_{k2} = \frac{M m_2 (1 + \sin 38^\circ + \mu \cos 38^\circ)}{m_1 + m_2 + M} g \approx 23,50 \text{ N}; \quad F_{k1} = \frac{M (m_1 + m_2) (1 + \sin 38^\circ + \mu \cos 38^\circ)}{m_1 + m_2 + M} g \approx 62,67 \text{ N}.$$

Megjegyzés: Itt a súrlódási erők irányát úgy vettük fel, hogy feltettük, hogy az M tömeg lefelé gyorsul. A gyorsulásra pozitív érték jött ki, ebből tudjuk, hogy tényleg ebbe az irányba gyorsulnak a testek. Ha azt feltételezve indulunk el, hogy az M tömeg felfelé gyorsul, akkor a gyorsulásra negatív számot kapunk,  $a = -1,72 \text{ m/s}^2$  jönne ki. Ilyenkor nem elég mindennek az előjelét megváltoztatni, merthogy a gyorsulás nagysága is más lesz amiatt, hogy a súrlódási erők iránya megváltozik, ezért az egyenleteket újra fel kell írni a másik irányt tekintve pozitívnak. A pozitív irány kiválasztásában az segíthet, hogy megnézzük, súrlódási erők nélkül merre kezdene gyorsulni a rendszer: itt jobbra  $Mg = 70 \text{ N}$ , balra  $(m_1+m_2)g \sin 38^\circ \approx 49,25 \text{ N}$  hat a csigánál, tehát jobbra gyorsul.

b.) Ha  $m_1$  és  $m_2$  marad és a gyorsulásuk változatlan, akkor a kötélerők is változatlanok. Ez azt jelenti, hogy a kötelet a fent kiszámolt  $F_{k1} \approx 62,67 \text{ N}$  nagyságú erővel kell húzni.

Megjegyzés: Azért nem  $Mg = 70 \text{ N}$  nagyságú erővel, mert az az erő ahhoz volt szükséges, hogy mindhárom testet gyorsítsa, de most kisebb az össztömeg. Az  $Mg - F_{k1} \approx 7,33 \text{ N}$  erő magát az M tömegű testet gyorsítja, így lesz annak is  $7,33/7 \approx 1,047 \text{ m/s}^2$  nagyságú gyorsulása.

[Az  $F_{k1} - m_1g \sin 38^\circ - F_{s1} - m_2g \sin 38^\circ - F_{s2} \approx 8,38 \text{ N}$  erő gyorsítja az  $m_1+m_2$  tömegeket ( $8,38/8 \approx 1,047 \text{ m/s}^2$ ), az  $F_{k1} - m_1g \sin 38^\circ - F_{s1} - F_{k2} \approx 5,24 \text{ N}$  az  $m_1$  tömeget ( $5,24/5 \approx 1,047 \text{ m/s}^2$ ) és az  $F_{k2} - m_2g \sin 38^\circ - F_{s2} \approx 3,14 \text{ N}$  az  $m_2$  tömeget ( $3,14/3 \approx 1,047 \text{ m/s}^2$ ).]

c.) A gyorsulás nem kétszeresére nő, mert ugyan  $Mg$  értéke kétszeresére nő, de az  $m_1$  és  $m_2$  testekre ható ellentétes irányú erők változatlanok. Az a.) pontban felírt egyenletekbe  $M = 14 \text{ kg}$ -ot behelyettesítve  $a^* \approx 3,896 \text{ m/s}^2$ , ez  $\sim 3,7$ -szerese az előző gyorsulásnak.