

Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat 2013. tavasz

2. házi feladat

Az origóból eldobunk egy követ $v_0 = 26,64$ m/s kezdősebességgel, a vízszinteshez képest 76° -os szöggel. Előttünk van egy domb, melynek egyenlete

$$z = -0,01x^2 + x - 9 \quad [\text{m}]$$

a) Hová csapódik be a kő?

b) Mekkora a kő sebessége becsapódáskor és mekkora a becsapódás szöge?

Megoldás:

a) A kő

vízszintes kezdősebessége $v_{0x} = v_0 \cos \alpha = 26,64 \cdot \cos 76^\circ \approx 6,4448$ m/s, tehát $x(t) = 6,4448t$;

függőleges kezdősebessége $v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 26,64 \cdot \sin 76^\circ \approx 25,8487$ m/s, tehát

$z(t) = 25,8487t - 5t^2$ (ha $g = 10$ m/s²-tel számolunk).

A $x(t)$ -ből fejezzük ki t -t és írjuk át $z(t)$ -be, így megkapjuk a hajítás pályáját:

$$z(x) = 4,0108x - 0,1204x^2$$

[Használhatjuk persze a pálya egyenletét is: $z(x) = \tan \alpha \cdot x - g / (2v_0^2 \cos^2 \alpha) \cdot x^2$]

Ott esik rá a dombra a kő, ahol a két parabola metszi egymást:

$$4,0108x - 0,1204x^2 = -0,01x^2 + x - 9 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x = 30 \text{ m}, z = 12 \text{ m}}$$

b)

A kő az $x = 30$ m-t $t = 30/6,4448 = 4,655$ s alatt éri el,

tehát a sebessége ekkor $v_x = 6,4448$ m/s, $v_z = 25,8487 - 10 \cdot 4,655 = -20,7005$ m/s,

$$v = \sqrt{6,4448^2 + 20,7005^2} = \mathbf{21,68 \text{ m/s}},$$

a sebességvektor becsapódáskor $\mathbf{v} = 6,4448 \mathbf{i} - 20,7005 \mathbf{k}$.

A domb érintője ott, ahol a kő becsapódik:

$dz/dx = -0,02x + 1$, $x=30$ -nál $dz/dx(30) = 0,4$; tehát az érintő vektorként pl. $\mathbf{e} = \mathbf{i} + 0,4 \mathbf{k}$.

A két vektor által bezárt szög

$$\cos \varphi = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}}{|\mathbf{v}| \cdot |\mathbf{e}|} = \frac{6,4448 \cdot 1 - 20,7005 \cdot 0,4}{\sqrt{6,4448^2 + 20,7005^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0,4^2}} = \frac{-1,8354}{21,68 \cdot 1,077} = -0,0786 \quad \rightarrow \quad \mathbf{\varphi = 94,5^\circ}$$

Persze számolhatunk az x tengellyel bezárt szögekkel is:

a domb érintője $\beta = \arctg 0,4 = 21,8^\circ$ -ot,

a sebesség $\gamma = \arctg \frac{-20,7005}{6,4448} = -72,7^\circ$ -ot zár be a vízszintessel

$\rightarrow \varphi = 94,5^\circ$

