

Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat 2013. tavasz
1. házi feladat

Egy $m = 5$ kg tömegű test sebességét az alábbi függvény írja le:

$$\mathbf{v} = a \sin(bt) \mathbf{i} + c \sin(dt) \mathbf{j}$$

$$\text{ahol } a = -12 \text{ m/s}, \quad b = 2 \text{ s}^{-1}, \quad c = -2 \text{ m/s}, \quad d = 1 \text{ s}^{-1}.$$

A test a $t = 0$ s-ban az $\mathbf{r} = 9 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}$ [m] pontban volt.

- a./ Milyen pályán mozog a test? Rajzoljuk is meg!
 b. / Mekkora szöget zár be a sebesség és a gyorsulás $t = \pi/2$ s-ban?

Megoldás $\mathbf{v} = a \sin(bt) \mathbf{i} + c \sin(dt) \mathbf{j} = -12 \sin(2t) \mathbf{i} - 2 \sin(t) \mathbf{j}$

a./ $\mathbf{r} = \int \mathbf{v} dt$

$$x(t) = \int v_x dt = \int (-12 \sin(2t)) dt = 6 \cos(2t) + k_1$$

$$x(0) = 6 \cos(0) + k_1 = 6 + k_1 = x_0 = 9 \quad \rightarrow \quad k_1 = 3$$

$$y(t) = \int v_y dt = \int (-2 \sin(t)) dt = 2 \cos(t) + k_2$$

$$y(0) = 2 \cos(0) + k_2 = 2 + k_2 = y_0 = 3 \quad \rightarrow \quad k_2 = 1$$

tehát a pálya paraméteres alakban:

$$\mathbf{r}(t) = [6 \cos(2t) + 3] \mathbf{i} + [2 \cos(t) + 1] \mathbf{j} \quad [\text{m}]$$

A pálya alakja:

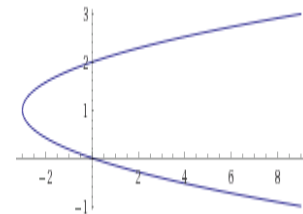
$$\cos(2t) = (x-3)/6, \quad \cos(t) = (y-1)/2$$

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t) = \cos^2(t) - [1 - \cos^2(t)] = 2\cos^2(t) - 1$$

$$\text{tehát } (x-3)/6 = 2 \cdot [(y-1)/2]^2 - 1 \quad \rightarrow \quad \dots \rightarrow$$

\rightarrow az $\mathbf{x} = 3\mathbf{y}(y-2)$ parabolának az a része, amire $-3 \leq x \leq 9$ (és $-1 \leq y \leq 3$)

$$\text{vagy: } y = \pm \sqrt{\frac{x+3}{3}} + 1$$



b./ $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = ab \cos(bt) \mathbf{i} + cd \cos(dt) \mathbf{j} = -24 \cos(2t) \mathbf{i} - 2 \cos(t) \mathbf{j}$

$$\mathbf{v}(\pi/2) = -12 \sin(\pi) \mathbf{i} - 2 \sin(\pi/2) \mathbf{j} = -2 \mathbf{j} \quad [\text{m/s}]$$

$$\mathbf{a}(\pi/2) = -24 \cos(\pi) \mathbf{i} - 2 \cos(\pi/2) \mathbf{j} = 24 \mathbf{i} \quad [\text{m/s}^2]$$

merőlegesek