

7 . házi feladat

Beadási határidő: ápr. 17. kedd, ill. ápr. 19. csütörtök

Adott erő potenciálját az alábbi függvény adja meg:

$$U = 2xy^2 + 16 - 3xz$$

- Adjuk meg a potenciálhoz tartozó erőt!
- Mekkora munkát végez az erőtér, ha egy testet a $P_0 (1,-2,3)$ pontból a $P_1 (-4,5,-6)$ pontba mozgatunk a pontokat összekötő egyenes mentén?
- Mekkora erő hat a testre a P_0 kezdőpontban?

MO.

$$\mathbf{a. F} = -\mathbf{grad} U = -((2y^2-3z)\mathbf{i} + 4xy\mathbf{j} - 3x\mathbf{k}) = (-2y^2+3z)\mathbf{i} - 4xy\mathbf{j} + 3x\mathbf{k}$$

b. vonalintegrállal:

$$W = \int_{(1,-2,3)}^{(-4,-2,3)} F_x dx + \int_{(-4,-2,3)}^{(-4,5,3)} F_y dy + \int_{(-4,5,3)}^{(-4,5,-6)} F_z dz$$

$$W = \int_1^{-4} (3 \cdot 3 - 2 \cdot (-2)^2) dx + \int_2^5 (-4 \cdot (-4)y) dy + \int_3^{-6} (3 \cdot (-4)) dz$$

$$W = \int_1^{-4} 1 dx + \int_2^5 16y dy + \int_3^{-6} -12 dz = [x]_1^{-4} + [8y^2]_2^5 + [-12z]_3^{-6} = 271 \text{ J}$$

Vizsont vonalintegrál helyett egyszerűbb a munkát a potenciálból számolni:

$$W = -\Delta U = U(P_0) - U(P_1) = [2 \cdot 1 \cdot (-2)^2 + 16 - 3 \cdot 1 \cdot 3] - [2 \cdot (-4) \cdot 5^2 + 16 - 3 \cdot (-4) \cdot (-6)] = [15] - [-256] = 271 \text{ J}$$

$$\mathbf{c. F(P_0)} = (-2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot 3)\mathbf{i} - 4 \cdot 1 \cdot (-2)\mathbf{j} + 3 \cdot 1\mathbf{k} = 1\mathbf{i} + 8\mathbf{j} + 3\mathbf{k},$$

ennek nagysága (Pitagorasz-tétellel) $F(P_0) = \sqrt{74} \approx 8,6 \text{ N}$