

5 . házi feladat

Elhanyagolható tömegű és súrlódású csigán átvett nagyon hosszú kötélen két végén $m_1 = 5$ kg ill. $m_2 = 3$ kg tömegű teher lóg. Amikor magára hagyjuk a rendszert, a két tömeg ugyanolyan magasságban van. Milyen mozgást végez a két test tömegközéppontja?

Megoldás

A két test mozgásegyenlete:

$$m_1 a = m_1 g - F_k$$

$$m_2 a = F_k - m_2 g$$

$$\text{Ezekből } a = (m_1 - m_2) / (m_1 + m_2) \cdot g = (5 - 3) / (5 + 3) \cdot g = \frac{1}{4} g \quad (= 2,5 \text{ m/s}^2)$$

$$\text{és a kötélerő } F_k = m_1(g - a) = m_2(g + a) = 15/4 g \quad (= 37,5 \text{ N})$$

Tehát az m_1 tömegű test H magasságból $a = \frac{1}{4} g$ nagyságú gyorsulással lefelé mozog, az m_2 tömegű pedig H magasságból $a = \frac{1}{4} g$ nagyságú gyorsulással felfelé mozog:

$$z_1 = H - \frac{1}{2} a t^2 = H - \frac{1}{8} g t^2$$

$$z_2 = H + \frac{1}{2} a t^2 = H + \frac{1}{8} g t^2$$

A tömegközéppont z_s koordinátája:

$$z_s = \frac{m_1(H - \frac{1}{8} g t^2) + m_2(H + \frac{1}{8} g t^2)}{m_1 + m_2} = H - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{8} g t^2 = H - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} g t^2$$

vagyis a tömegközéppont gyorsuló mozgást végez lefelé:

$$z_s = H - \frac{1}{32} g t^2 = H - \frac{1}{2} a_s t^2, \text{ a tömegközéppont gyorsulása } a_s = -g/16 = -1,625 \text{ m/s}^2.$$

A feladat megoldható a tömegközépponti tételt használva is: $(m_1 + m_2) a_s = \sum F_{\text{külső}}$

A két testből, kötélből és csigából álló rendszerre ható külső erők a két nehézségi erő és a csigára ható erő a csiga felfüggesztésénél (ami $2F_k$), tehát

$$(m_1 + m_2) a_s = -m_1 g - m_2 g + 2F_k.$$

$$\text{Ebből } a_s = 2F_k / (m_1 + m_2) - g = 2 \cdot (15g/4) / (5 + 3) - g = 15g/16 - g = -g/16$$