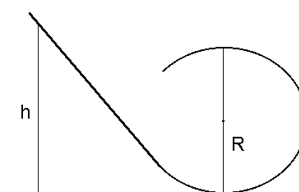


#### 4 . házi feladat

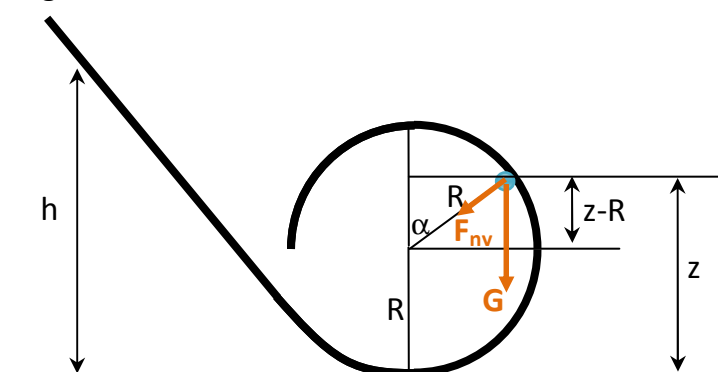
Beadási határidő: márc. 20. kedd, ill. márc. 22. csütörtök

Az egyenes lejtő érintőként csatlakozik a kör keresztmetszetű függőleges vályúhoz. A lejtőn  $h$  magasságból kezdősebesség nélkül elindul egy test. Adjuk meg azt a  $z(h)$  függvényt, ami leírja, hogy a  $h$  magasság függvényében milyen  $z$  magasságban fog elválni a test a körpályától! Ábrázoljuk is a függvényt (ügyelve az értelmezési tartományra)!

A test súrlódás nélkül csúszik.



#### Megoldás



A testre hat a  $\mathbf{G}$  nehézségi erő és a vályú falától származó  $\mathbf{F}_{ny}$  nyomóerő, tehát a mozgásegyenlet:  $m\mathbf{a} = \mathbf{G} + \mathbf{F}_{ny}$ , aminek érintő irányú komponense  $ma_t = mg \sin\alpha$  és radiális komponense  $ma_{cp} = mg \cos\alpha + F_{ny}$ ;

utóbbiból a nyomóerő  $F_{ny} = ma_{cp} - mg \cos\alpha$ , ahol  $\cos\alpha = (z-R)/R$ .

Ahhoz, hogy a nyomóerőt ismerjük  $\alpha$  függvényében, ismerni kell  $a_{cp}$ -t  $\alpha$  függvényében. Mivel a súrlódás elhanyagolható, számolhatunk energia-megmaradásból:

$$mgh = mgz + \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow v^2 = (R\omega)^2 = 2g(h-z)$$

$$a_{cp} = R\omega^2 = 2g(h-z)/R \quad \text{és} \quad F_{ny} = 2mg(h-z)/R - mg(z-R)/R = mg(2h-3z+R)/R.$$

$$\text{Ott válik el a test a vályútól, ahol } F_{ny} = 0, \text{ azaz } mg(2h-3z+R)/R = 0 \rightarrow$$

$$\mathbf{a keresett } z(h) \text{ függvény tehát } \mathbf{z = (2h+R)/3 = R/3 + 2/3 \cdot h}$$

**$R/3$  tengelymetszetű és  $2/3$  meredekségű egyenes**, de annak csak **az a szakasza**, ahol

$z$  értéke  $R$  és  $2R$  közé esik (mert a vályú alsó felében nem válik el a golyó, és  $z = 2R$  esetén meg már végigmegy a vályún). Az  $R < z < 2R$  feltételből  $R < h < 5/2 R$ .

