

3 . házi feladat

Beadási határidő: márc. 6. kedd, ill. márc. 8. csütörtök

Állandó hajlásszögű egyenes lejtőn csúszunk lefelé a szánkókkal $v_{sz} = 3 \text{ m/s}$ állandó sebességgel. A súrlódási együttható $\mu = 0,14$. A szánkó elején van egy csúzli, ami vízszintesen, $v_0 = 16 \text{ m/s}$ kezdősebességgel tud kilőni egy golyót. A lejtő végénél van egy céltábla. Milyen magasságban kell a mozgó szánkóból a csúzlit kilőni, hogy eltaláljuk a céltáblát?

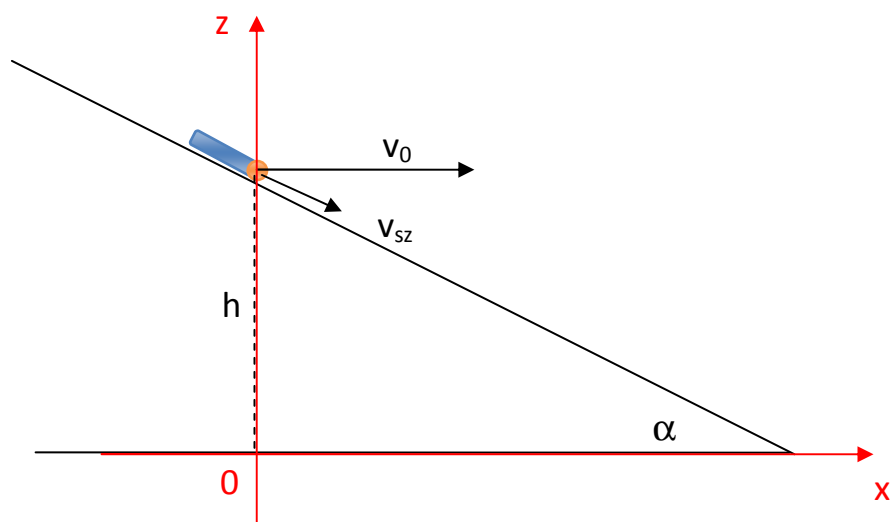
MO.

A lejtő hajlásszögét abból tudjuk kiszámolni, hogy a szánkó – amit gyorsít a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense és fékez a súrlódási erő – állandó sebességgel csúszik, vagyis a (lejtővel párhuzamos) gyorsulása zérus: $ma_{\parallel} = mg \sin\alpha - \mu F_{ny} = 0$.

A lejtőre merőleges mozgásegyenletből: $ma_{\perp} = F_{ny} - mg \cos\alpha$ tudjuk, hogy $F_{ny} = mg \cos\alpha$, és így a lejtővel párhuzamos mozgásegyenlet $ma_{\parallel} = mg \sin\alpha - \mu mg \cos\alpha = 0$
 $\rightarrow \mu = 0,14 = \text{tg}\alpha \rightarrow \alpha = \text{arc tg } 0,14 \approx 8^\circ$.

A szánkó sebességének vízszintes komponense $v_{sz,x} = v_{sz} \cdot \cos\alpha \approx 2,971 \text{ m/s}$,
 függőleges komponense $v_{sz,z} = v_{sz} \cdot \sin\alpha \approx 0,416 \text{ m/s}$.

A kilőtt golyó kezdősebességének vízszintes komponense $v_{g0,x} = v_{sz,x} + v_0 \approx 18,971 \text{ m/s}$,
 függőleges komponense $v_{g0,z} = v_{sz,z}$.



A koordinátarendszert az ábra szerint választva a golyó az $x = 0, z = h$ pontból indul és az $x = h/\text{tg}\alpha, z = 0$ pontba kell megérkezzen, tehát

$$x: (v_{sz,x} + v_0) \cdot t = h / \text{tg}\alpha$$

$$z: h - v_{sz,z} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 0.$$

Az elsőből h -t kifejezve és átírva a másodikba

$$(v_{sz,x} + v_0) \cdot t \cdot \text{tg}\alpha - v_{sz,z} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 0,$$

amiből $t = 2 v_0 \text{tg}\alpha / g \approx 0,448 \text{ s}$ és visszahelyettesítve

$$h = 2 v_0 \text{tg}\alpha (v_{sz} \sin\alpha + v_0 \text{tg}\alpha) / g \approx 1,19 \text{ m}.$$