

1. házi feladat

Beadási határidő febr. 21. ill. 23.

Egy test gyorsulása $\mathbf{a}(t) = (2t + 1) \mathbf{i} + \pi^2 \cos(3\pi t) \mathbf{j}$.

A $t = 0$ s-ban $\mathbf{v} = 2 \mathbf{i} + 22 \mathbf{j}$.

Mennyi lesz $t = 4$ s-ban

a) a sebesség nagysága?

b) a sebességvektornak az x tengellyel bezárt szöge?

Megoldás:

A sebességet megkapjuk, ha integráljuk a gyorsulást a kezdősebességet is beírva:

$$a_x = \dot{v}_x = 2t + 1 \rightarrow v_x(t) = t^2 + t + k_1$$

$$\text{mivel } v_x(0) = 2, \text{ így } 0^2 + 0 + k_1 = 2 \rightarrow k_1 = 2, \text{ azaz } v_x = t^2 + t + 2$$

$$a_y = \dot{v}_y = \pi^2 \cos(3\pi t) \rightarrow v_y(t) = \pi/3 \cdot \sin(3\pi t) + k_2$$

$$\text{mivel } v_y(0) = 22, \text{ így } \pi/3 \cdot \sin(0) + k_2 = 22 \rightarrow k_2 = 22, \text{ azaz } v_y = \pi/3 \cdot \sin(3\pi t) + 22$$

$$\text{tehát } \mathbf{v}(t) = (t^2 + t + 2) \mathbf{i} + (\pi/3 \cdot \sin(3\pi t) + 22) \mathbf{j}$$

$$t = 4 \text{ s-ban } \mathbf{v}(4) = (4^2 + 4 + 2) \mathbf{i} + (\pi/3 \cdot \sin(12\pi) + 22) \mathbf{j} = 22 \mathbf{i} + 22 \mathbf{j}$$

$$\text{Ennek nagysága } |\mathbf{v}(4)| = 22 \cdot \sqrt{2} \approx \underline{\underline{31,1 \text{ m/s}}};$$

az x tengellyel – azaz az \mathbf{i} egységvektorral – bezárt szöge:

$$\cos \varphi = \frac{\mathbf{v}(4) \cdot \mathbf{i}}{|\mathbf{v}(4)| \cdot 1} = \frac{22 \cdot 1 + 22 \cdot 0}{22\sqrt{2} \cdot 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = 45^\circ$$