

6 . házi feladat

Beadási határidő: ápr. 11. hétfő, ill. ápr. 14. csütörtök

Adott a térerősség a következő alakban:

$$\mathbf{E} = (3x+2xz) \mathbf{i} + (2y^2+5xz) \mathbf{j} + 5xy \mathbf{k} \text{ [N/kg]} .$$

a/ Állapítsuk meg, létezik-e potenciál, és ha igen, adjuk meg!

b/ Mekkora munkát végez az erőter, ha egy $m = 2 \text{ kg}$ tömegű test mozog egy egyenes mentén a $P_1 (1,2,-1) \text{ [m]}$ pontból a $P_2 (-1,2,0) \text{ [m]}$ pontba?

MO.

$$a/ \text{rot } \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 3x+2xz & 2y^2+5xz & 5xy \end{vmatrix} = (5x-5x)\mathbf{i} - (5y-2x)\mathbf{j} + (5z-0)\mathbf{k} = (2x-5y)\mathbf{j} + 5z\mathbf{k} \neq \mathbf{0}$$

tehát nem létezik potenciál

b/ A P_0 -ból P_1 -be mutató egyenes egyenlete t -vel paraméterezve, P_0 -nál $t=0$, P_1 -nél $t=1$ választással:

$$\mathbf{r}(t) = (-2t+1) \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} + (t-1) \mathbf{k} \quad \text{és} \quad d\mathbf{r} = (-2 \mathbf{i} + \mathbf{k}) dt$$

$$W = m \cdot \int_{r_0}^{r_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = m \cdot \int_{t_0}^{t_1} \left\{ E_x \cdot \frac{dx}{dt} + E_y \cdot \frac{dy}{dt} + E_z \cdot \frac{dz}{dt} \right\} dt =$$

$$= 2 \cdot \int_0^1 \left\{ [3 \cdot (-2t+1) + 2 \cdot (-2t+1) \cdot (t-1)] \cdot (-2) + [2 \cdot 2^2 + 5(-2t+1) \cdot (t-1)] \cdot 0 + [5(-2t+1) \cdot 2] \cdot 1 \right\} dt =$$

$$= 2 \cdot \int_0^1 \{ 8t^2 - 20t + 8 \} dt = \dots = \frac{4}{3} \text{ J}$$