HÁZI FELADAT:

Egy α = 30° hajlásszögű, h = 1,6 m magas lejtő tetejéről elengedünk egy ládát. Ugyanebben az időpontban a lejtő tetejéről egy labdát úgy dobunk el, hogy az a lejtő legalján éppen a ládába essen. Mekkora és milyen irányú kezdősebességgel kell a labdát eldobni? A láda és a lejtő közötti súrlódási együttható $\mu = \sqrt{3}/8$.

MO.

A láda súrlódással csúszik lefelé a lejtőn, a mozgásegyenlete

lejtőre merőlegesen: $ma_{\perp} = 0 = F_{ny} - mg\cos\alpha$

lejtővel párhuzamosan: $ma_{\parallel} = mg\sin\alpha - \mu F_{ny}$

tehát a gyorsulása a lejtő síkjában

$a = a_{\parallel} = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\,g = (\sin 30° - \frac{\sqrt{3}}{8}\cos 30°)\cdot 10 = (0{,}5 - \frac{\sqrt{3}}{8}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot 10 = 3{,}125\ \mathrm{m/s^2}$.

Zérus kezdősebességről indulva $s = h / \sin\alpha = 1{,}6 / \sin 30° = 3{,}2$ m-t tesz meg a láda a fenti gyorsulással:

$s = \frac{a}{2}t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3{,}2}{3{,}125}} \approx 1{,}43\ s$ alatt ér le a láda.

Ennyi idő alatt kell a labdának ugyanabba a pontba érkeznie, azaz

vízszintesen $x = h / \mathrm{tg}\,\alpha = 1{,}6 / \mathrm{tg}\,30° \approx 2{,}77$ m-t,

függőlegesen $z = -h = -1{,}6$ m-t megtennie,

azaz $x = (v_0\cos\alpha)\,t = (v_0\cos\alpha)\cdot 1{,}43 = 2{,}77$

$z = (v_0\sin\alpha)\,t - g/2\,t^2 = (v_0\sin\alpha)\cdot 1{,}43 - g/2\cdot 1{,}43^2 = -1{,}6$

$\rightarrow$ $v_0 \approx 6{,}34$ m/s, $\alpha \approx 72{,}2°$.