

HÁZI FELADAT

Egy kipukkadt lufi sebességét az alábbi függvény adja meg:

$$\mathbf{v}(t) = 0,2 e^{0,1t} \mathbf{i} - 2,8 \sin 4t \mathbf{j} + (3-4t) \mathbf{k}$$

(Az időt másodpercekben, a távolságot méterben mérjük.)

Kipukkadásakor, $t = 0$ s-ban a lufi az $\mathbf{r} = 2 \mathbf{i} + 1,4 \mathbf{j} + 1,5 \mathbf{k}$ pontból indult.

a/ Hol lesz a lufi fél másodperc múlva?

b/ A lufi egy olyan $3 \times 3 \times 3$ m-es szobában van, melynek egyik sarkához illesztettük a koordináta-rendszerünket. Mikor, melyik fal (ill. plafon v. padló) melyik pontjának megy neki először?

MO.

$$x = \int v_x dt = \int 0,2 e^{0,1t} dt = \frac{0,2}{0,1} e^{0,1t} + k_1 = 2e^{0,1t} + k_1$$

a kezdeti feltételből $2 = 2 + k_1 \rightarrow k_1 = 0$, tehát $x = 2e^{0,1t}$

$$y = \int v_y dt = \int (-2,8 \sin 4t) dt = \frac{2,8}{4} \cos 4t + k_2 = 0,7 \cos 4t + k_2$$

a kezdeti feltételből $1,4 = 0,7 + k_2 \rightarrow k_2 = 0,7$, tehát $y = 0,7(1 + \cos 4t)$

$$z = \int v_z dt = \int (3 - 4t) dt = (3t - 2t^2) + k_3$$

a kezdeti feltételből $1,5 = 0 + k_3 \rightarrow k_3 = 1,5$, tehát $z = 3t - 2t^2 + 1,5$

a/ $t = 0,5$ s behelyettesítésével

$$x = 2e^{0,05} \approx 2,1025 \text{ m}, \quad y = 0,7(1 + \cos 2) \approx 0,4087 \text{ m}, \quad z = 3 \cdot 0,5 - 2 \cdot 0,5^2 + 1,5 = 2,5 \text{ m}$$

tehát $\mathbf{r}(0,5) = 2,1025 \mathbf{i} + 0,4087 \mathbf{j} + 2,5 \mathbf{k}$ [m]

b/ A szobát határoló síkok az $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$, $y = 3$, $z = 0$ és $z = 3$ síkok; azt kell megvizsgálni, melyik feltétel mikor teljesül, és a legkisebb időt kiválasztani.

$$x = 2e^{0,1t} = 0 : \text{soha} \qquad x = 2e^{0,1t} = 3 : t_x \approx 4,055 \text{ s}$$

$$y = 0,7(1 + \cos 4t) = 0 : t_y \approx 0,785 \text{ s} \qquad y = 0,7(1 + \cos 4t) = 0 : \text{soha}$$

$$z = 3 \cdot t - 2 \cdot t^2 + 1,5 = 0 : t_z \approx 1,896 \text{ s} \qquad z = 3 \cdot t - 2 \cdot t^2 + 1,5 = 3 : \text{soha}$$

A lufi tehát $t = 0,785$ s-ban nekimegy az $y = 0$ egyenletű fal $x(0,785) = 2,16$ m, $z(0,785) = 2,62$ m pontjának.