**1/1.** Egy motorcsónak a folyón felfelé halad, és szembetalálkozik egy tutajjal. A találkozás után egy órával a motor elromlik. A javítás fél órát vesz igénybe (közben a folyóval együtt sodródnak), és utána a motorcsónak a folyón – bekapcsolt motorral – lefelé megy, majd az első találkozás helyétől
7,5 km-re éri utol a tutajt.
Tételezzük fel, hogy a motorcsónak a folyóhoz képest állandó *v*cs sebességgel halad, a tutaj pedig a folyóval együtt mozog *v*f sebességgel.

Mennyi a folyó sebessége? Mennyi a csónak sebessége?

**1/2.** A és B város vízparton helyezkednek el egymástól *d* távolságra. Egy motorcsónakkal, ami a vízhez képest *vcs* sebességgel tud menni, elmegyünk A-ból B-be, majd vissza B-ből A-ba. Megegyezik-e az oda-vissza út ideje, ha a víz folyó, ill. tó?

**1/3.** Egy katica mászkál a teraszon, ami az *x–y* síkban fekszik. A katica helyvektorának *x* és *y* komponense:

 *x(t)* = 3A sin $\frac{2π}{T}$t

 *y(t)* = 2A cos $\left(\frac{2π}{T}t+\frac{π}{2}\right)$

 ahol *A* = 1 m*, T* = 8 perc .

**a)** Írjuk fel a katica helyvektorát az idő függvényében!

**b)** Adjuk meg, hol van a katica 2 perc; 4 perc; 6 perc; 8 perc; 10 perc; 15 perc; … múlva!

**c)** Rajzoljuk meg a katica pályáját!

**2/1.** Egy tömegpont helyvektora az időtől a következőképpen függ:

 **r**(t) = (at+b) **i** + (at–b) **j** + (–ct2+4at+5b) **k** ,

ahol a = 3 m/s, b = 10 m, c = 5 m/s2.

**a)** Milyen távol van a tömegpont az origótól a t = 0 időpontban?

**b)** Milyen távol van a kiindulási ponttól a t = 2 s -ban? A test t = 0 -ban indult.

**c)** Határozzuk meg a tömegpont sebességét és gyorsulását!

**d)** Mekkora a sebessége a t = 0 időpontban?

**e)** Mely időpontban éri el a tömegpont az x-y síkot?

**2/2.** Egy repülőgép mozgását az

 **r**(t) = a cos $\frac{t}{t\_{0}} i + 2a sin \frac{t}{t\_{0}}$ **j**  függvény írja le,

ahol a = 200 m, t0 = 2 s.

**a)** Milyen pályán mozog a repülőgép?

**b)** Mekkora szöget zár be a sebességvektor a gyorsulásvektorral a t = 0 és a t = 2 s időben?

**2/3.** Egy kipukkadt lufi sebességét az alábbi függvény adja meg:

 **v**(t)= 0,2 e0,1t **i** − 2,8 sin 4t **j** + (3−4t) **k**  [m/s]

(Az időt másodpercekben, a távolságot méterben mérjük.)

Kipukkadásakor, t = 0 s-ban a lufi az **r0** =2 **i** + 1,4 **j** + 1,5 **k** [m] pontból indult.

**a)** Hol lesz a lufi fél másodperc múlva?

**b)** A lufi egy olyan 3×3×3 m-es szobában van, melynek egyik sarkához illesztettük a koordinátarendszerünket. Mikor, melyik fal (ill. plafon v. padló) melyik pontjának megy neki először?

**2/4.** Egy test gyorsulása **a**(t) = ( 2t + 1 ) **i** + π2 cos (3πt) **j**  [m/s2].

A t = 0 s -ban a test sebessége **v** = 2 **i** + 22 **j** [m/s].

Mennyi lesz t = 4 s -ban

**a)** a sebesség nagysága?

**b)** a sebességvektornak az x tengellyel bezárt szöge?

**c)** Hol lesz a test t = 4 s -ban, ha t = 1 s-ban **r**(1) = 22 **j** + 2 **k** [m] ?

**3/1.** Egy függőlegesen feldobott kő sebessége 2 s múlva 4 m/s …

**a)** … felfelé,

**b)** … lefelé.

Mekkora volt a kezdősebesség, és milyen maximális magasságot ért el?

**3/2.** 3,2 m magasról eldobunk egy követ v0 = 2,8 m/s kezdősebességgel, a vízszinteshez képest felfelé 26°-os szöggel.

**a)** Hol van a kő 0,1 s múlva?

**b)** Adjuk meg a test sebességének komponenseit 0,5 s-mal az elhajítás után!

**c)** Mikor ér a kő vissza ugyanabba a magasságba, amilyen magasról eldobtuk? Mekkora, milyen irányú ekkor a sebessége? Milyen távol van ekkor az eldobás helyétől?

**d)** Mikor és hol ér földet a kő? Mekkora sebességgel, milyen irányban csapódik be?

**3/3.** Béni áll az emeleti erkélyen. Abban a pillanatban, amikor Frédi kilép az utcára, Béni v0 = 2 m/s sebességgel elhajít egy hógolyót. Frédi sebessége vF = 1 m/s.

F

vF

B

v0

h=5 m



10 m

1,5 m

F

v0**’**

**a)** Milyen α szögben kell elhajítania, hogy a hógolyó Frédi fejére essék?

**b)** Mennyi idő múlva találja el?

**c)** A kaputól milyen távolságra találja el?

**d)** Frédi felmegy az utca másik oldalán lévő ház erkélyére és megcélozza a vele egy magasságban lévő barátját. Béni megijed, az elhajítás pillanatában leugrik az erkélyről (szabadesésnek vegyük!). Mi történik, ha Frédi v0’ = 20 m/s kezdősebességgel vízszintesen hajított?

**e)** Mekkora minimális v0\* kezdősebességgel kell Frédinek vízszintesen hajítania, hogy még éppen eltalálja Bénit?

**3/4.** 360 km/h vízszintes sebességű, magasan repülő repülőgépről kiejtenek egy tárgyat.

Milyen kezdősebességgel kell 10 s-mal később egy másik tárgyat utána dobni, hogy az első tárgy kiesése után 14 s -mal találja el a kiejtett tárgyat?

**3/5.** Két ferde hajítás kezdősebességének nagysága és a hajítás távolsága azonos. Az egyik hajítás maximális magassága a másik négyszerese. Számítsuk ki a hajítási idők arányát!

**EZ AZ ÓRA VÁLTOZIK, CSAK LEJTŐRŐL ÉS SÚRLÓDÁSRÓL SZÓL MAJD**

**~~4/1.~~** ~~Egy traktor két pótkocsit vontat nyújthatatlan drótkötelekkel. Mekkora erő feszíti a köteleket, ha indításnál a traktor 1 perc alatt gyorsít fel 40 km/h sebességre?~~

~~A traktor tömege 3 t, a pótkocsik tömege 2-2 t, a gördülő ellenállási együttható 0,1 , g = 9,81 m/s~~~~2~~~~.~~

Fk2

Fk2

Fk1

Fk1

Ftr

m1

m2

mtr

**~~4/2.~~** ~~Mekkora lejtővel párhuzamos erő szükséges ahhoz, hogy állandó gyorsulással 2 s alatt nyugalmi helyzetből indulva felhúzzunk egy 6 kg tömegű testet egy 30°-os, 1 m magas lejtőn, ha a súrlódási együttható 0,2?~~

**HELYETTE:**

**4/12.** Az ábra szerint elhanyagolható tömegű nyújthatatlan kötéllel egymáshoz kötünk egy M, m1 és m2 tömegű testet és 38°-os hajlásszögű lejtőre tesszük. A lejtő tetején egy ideális (súrlódásmentes, elhanyagolható tömegű) csiga van. Az m1 és m2 tömegű testek és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható μ = 0,08.

**a)** Mekkora a testek gyorsulása és mekkorák a kötélerők?

**b)** Ha az M tömegű testet eltávolítjuk, mekkora erővel kell húzni a kötelet, hogy az m1 és m2 tömegű testek gyorsulása ne változzon?

**c)** Hányszorosára nő a testek gyorsulása, ha az M tömeg kétszeresére nő? (a kötelet nem húzzuk)

|  |  |
| --- | --- |
| 38°m2Mm1 | M = 7 kgm1 = 5 kgm2 = 3 kgμ = 0,08g = 10 m/s2 |

**4/10.** α = 20° hajlásszögű lejtőre m = 0,5 kg tömegű testet helyezünk. A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható μ = 0,2 , a tapadási súrlódási együttható μt = 0,4.

**a)** Mekkora súrlódási erő hat a testre?

**b)** α értékét növelve milyen αkrit szögnél csúszik meg a test? Mekkora súrlódási erő hat rá onnantól?

**4/11.** Egy kamionos a következőt mesélte a 2013. március 14-i kalandjairól az M1-es autópályáról.

**a)** Egyszercsak egy 7°-os emelkedő aljához érkezett, ami úgy el volt jegesedve, hogy a súrlódás egészen zérusra csökkent. Szerencsére viszont a szél éppen hátulról fújt és nagyon erős volt, így a meglazult ponyváját vitorlaként kifeszítette és úgy jutott fel az emelkedőn. A szél állandó erővel vízszintesen fújt, és őt állandó, v = 18 km/h sebességgel vitte fel a lejtőn. Mekkora erőt fejtett ki a szél a kamionra? A kamion tömege M = 20 t.

**b)** A domb teteje után a túloldalon 5°-os lejtővel folytatódott az út, ami szélárnyékban volt, megszűnt a szél ereje; viszont nagyon havas volt, így a kamionra μg = 0,12 gördülési súrlódási együtthatóval most már gördülési ellenállási erő hatott (az üzemanyaga már elfogyott, nem tudott motorral menni, csak gurult). Ekkor kapta meg a kamionos a BM-től az sms-t, és azt rögtön el is olvasta, ami 30 s-ig tartott. Mekkora lett a sebessége és mekkora utat tett meg ezalatt a 30 s alatt? (A kamion a lejtő tetejéről v = 18 km/h sebességről indult, amikor elkezdte olvasni az sms-t.)

**4/3.** Egy kettős lejtő egyik oldala α = 50°-ot, a másik β = 58°-ot zár be a vízszintessel. Két testet összekötünk egy (nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű) L = 2 m hosszú kötéllel. Az 50°-os oldalra tesszük az m1 = 14 dkg-os testet, az 58°-os oldalra az m2 = 10 dkg-os testet, úgy, hogy a kötélnek pont a fele az egyik, fele a másik oldalon van.

A testek és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható 0,12, a tapadási súrlódási együttható 0,15.

Mekkora, milyen irányú a testek gyorsulása, ~~melyik test ér fel a lejtő tetejére és mikor,~~ ha

**a)** a 14 dkg-os testet meglökjük lefelé 1 m/s-os sebességgel;

**b)** a 10 dkg-os testet meglökjük lefelé 1 m/s-os sebességgel;

**c)** a testeket kezdősebesség nélkül tesszük a lejtőre?

m1

m2

|  |  |
| --- | --- |
| **~~4/4.~~****~~(DRS 3.8)~~** ~~Az ábrán látható elrendezésben a csigák és a kötél tömege elhanyagolható, a kötél nyújthatatlan, a csigák súrlódásmentesek.~~ ~~Mekkora az egyes tömegek gyorsulása és az egyes köteleket feszítő erő, ha m~~~~1~~ ~~= 0,6 kg és m~~~~2~~ ~~= 0,8 kg?~~  |  |

**5/1.** Asztalon m = 0,5 kg-os golyót ℓ = 0,5 m-es fonálon v0 = 5 m/s kezdősebességgel meglökünk úgy, hogy a kezdősebesség merőleges a fonálra.

Mekkora lesz 2 s múlva a golyó sebessége és a fonálerő? A csúszási súrlódási együttható μ = 0,2.

**5/2.** Egy R = 10 cm sugarú gömb belsejében a sugár fele magasságában elhelyezkedő vízszintes síkban egy golyó kering. Számítsuk ki a keringési időt!

|  |  |
| --- | --- |
| **5/3.** Egy körhinta kúp alakú, az alapkörének sugara r = 3 m, a közepén a magassága h = 2,2 m. **a)** Milyen fordulatszámnál kezdenek el a körhinta ülései emelkedni? **b)** Mekkora ekkor a kötélerő, ha a benne ülő gyerek tömege az üléssel együtt 36 kg? | h rr |

**5/4.** Függőleges síkban körpályán haladó repülőgép sebessége 1080 km/h.

**a)** Mekkora legyen a körpálya sugara, hogy a legfelső pontban a pilóta „súlytalan” legyen?

**b)** És mekkora legyen a körpálya sugara, ha azt szeretnénk elérni, hogy a pilóta ’g’ gyorsulást érezzen a talpa felé?

z

H



R

**5/5.** Az α hajlásszögű egyenes lejtő érintő irányban csatlakozik az
R sugarú körív keresztmetszetű vályúhoz. A súrlódás elhanyagolható. Egy testet kezdősebesség nélkül elengedünk a lejtő H magasságú pontjából. Adjuk meg a testre ható nyomóerőt tetszőleges kiindulási H magasság esetén a z koordináta függvényében a vályú jobb oldali (kékre színezett) részére!

0

**6/1.** Egy tömegpont harmonikus rezgőmozgást végez az x tengely mentén:

x(t) = x\* ∙ cos (ω∙t + π) , ahol x\* = –2 m, ω = 2π/5 s-1.

**a)** Ábrázoljuk a test x koordinátáját a [0, T] időintervallumban! (Mennyi a T periódusidő? Mekkora az A amplitúdó? Honnan indul a test a t = 0 s-ban?)

**b)** Mennyi a sebesség átlagértéke egy teljes periódusra?

**c)** Mennyi a sebesség nagyságának átlagértéke egy teljes periódusra?

**6/2.** Vízszintes, súrlódásmentes asztalon a rugó végéhez rögzített m = 100 g tömegű golyó 10 cm-rel való kihúzásához 1 N erőre van szükség.

ℓ0

0

x

**a)** A golyót elengedve mekkora lesz a rezgésidő?

**b)** Mekkora a golyó sebessége a nyugalmi helyzeten való áthaladáskor?

**c)** Az elengedés után 2 s múlva hol lesz a golyó?

**d)** Mekkora ebben a pillanatban a kinetikus energia?

**6/3.** Van egy ℓ0 = 32 cm hosszú, k = 5,6 N/m rugóállandójú rugónk. Ezt a rugót függőlegesen fellógatjuk, és a végére akasztunk egy m tömegű testet, majd meghúzzuk lefelé, hogy a hossza
60 cm legyen, elengedjük, és megmérjük 10 rezgés idejét: t10 = 9,2 s.

**a)** Mekkora a rugó végére akasztott test tömege?

**b)** Mekkora a rezgés amplitúdója?

**c)** Rajzoljuk meg a testre ható erőket a rezgőmozgás alsó és felső pontjában!

**A KÖZEGELLENÁLLÁSOS FELADATOKNÁL CSAK A NEM SZÜRKE RÉSZEK KELLENEK A ZH-RA!**

**6/4.**

**a)** Mekkora út megtétele után áll meg egy vízszintes úton haladó Polski Fiat a motor kikapcsolása után, ha rá a súrlódási erőn kívül a sebesség négyzetével arányos közegellenállási erő is hat? Írjuk fel a Polski Fiat mozgásegyenletét!

A gépkocsi tömege m = 650 kg, sebessége a motor kikapcsolásának pillanatában
v0 = 80 km/h, a súrlódási együttható  = 0,015; a közegellenállási erő 40 km/h sebességnél 54 N.

**b)** Milyen húzóerőt képes a gépkocsi motorja kifejteni, ha a maximális sebesség 100 km/h?

**6/5.** α = 30°-os lejtőn halad felfelé egy m = 30 t tömegű szerelvény. A légellenállás **F** = –b**v**, ahol
b = 15000 kg/s; a súrlódás elhanyagolható.

**a)** Mennyi a mozdony húzóereje, ha a vonat sebessége állandó: v0 = 54 km/h?

**b)** A mozdony motorja elromlik. Mennyi idő alatt és mekkora úton csökken nullára a vonat sebessége a v0 = 54 km/h sebességről?

**c)** Mi történik ezután? Feltéve, hogy a lejtő nagyon hosszú, mennyi lesz a vonat végsebessége?

**~~7/1.~~**  ~~Határozzuk meg az m tömegű anyagi pontra ható~~ **~~F~~** ~~= (Ax+B)~~ **~~i~~** ~~+ Cz~~~~2~~**~~j~~** ~~+ (Dx+E)~~ **~~k~~** ~~[N] erő munkáját,
ha a test~~

**~~a~~**~~) a P~~~~0~~ ~~(0,0,1) pontból a P~~~~1~~ ~~(0,2,1) pontba megy az y tengellyel párhuzamosan;~~

**~~b)~~** ~~a P~~~~2~~ ~~(2,0,1) pontból a P~~~~0~~ ~~(0,0,1) pontba megy az x tengellyel párhuzamosan;~~

**~~c)~~** ~~a P~~~~2~~ ~~(2,0,1) pontból a P~~~~1~~ ~~(0,2,1) pontba megy a két pontot összekötő egyenes mentén!~~

~~Hasonlítsuk össze az~~ **~~a)~~** ~~és~~ **~~b)~~** ~~feladatban kapott munka összegét a~~ **~~c)~~** ~~feladatéval!~~

**~~d)~~** ~~Konzervatív-e a fenti erőtér?~~

**~~e)~~** ~~Határozzuk meg az~~ **~~F~~** ~~erő által végzett munkát az x-z síkban fekvő R sugarú, origó középpontú körön végzett teljes körülfordulásra!~~

**~~7/2.~~** ~~Adott a következő erőtér (egységnyi tömegű testre ható erő):~~

**~~E~~** ~~= –2(xy+z)~~ **~~i~~** ~~– x~~~~2~~**~~j~~** ~~– (2x+5)~~ **~~k~~** ~~[N/kg]~~

~~Mekkora munkát végez egy m = 5 kg tömegű testen az erőtér, miközben a test az~~

**~~r~~**~~(t) = (t+2)~~ **~~i~~** ~~– 3t~~ **~~j~~** ~~+ (t~~~~2~~~~+1)~~ **~~k~~** ~~görbe mentén a P~~~~0~~~~(2,0,1) pontból a P~~~~1~~~~(1,3,2) pontba mozog?~~

**~~7/3.~~** ~~Egy erőhöz tartozó potenciális energiát az alábbi függvény adja meg:~~

~~E~~~~pot~~ ~~= 2xy~~~~2~~ ~~+ 16 – 3xz~~

**~~a~~**~~) Adjuk meg a potenciális energiához tartozó erőt!~~

**~~b)~~** ~~Mekkora munkát végez a fenti erő, ha a test a P~~~~0~~~~(1,–2,3) pontból a P~~~~1~~~~(–4,5,–6) pontba mozog a pontokat összekötő egyenes mentén?~~

**~~c)~~** ~~Mekkora erő hat a testre a P~~~~0~~ ~~kezdőpontban?~~

**8/0.** Vízszintes súrlódásmentes síkon 6 N nagyságú vízszintes erővel húzunk egy 2 kg tömegű testet. Mekkora sebességre gyorsul 4 m-es úton, ha 5 m/s-os kezdősebességgel indul?

**8/1.** 10 m magas, 45° hajlásszögű lejtő tetejéről 2 kg tömegű test csúszik le. A lejtőn való mozgás közben a súrlódás elhanyagolható. A lejtő kis görbülettel vízszintes, érdes síkba megy át, amelyen a test súrlódási tényezője μ = 0,2.
A lejtő lábától milyen messzire jut el a test?

**8/2.** Asztallaphoz rögzített rugó nyugalmi állapotban éppen az asztal széléig ér. 10 cm-rel összenyomjuk, majd cérnával összekötjük (megfeszített állapotban). A rugó ilyen megfeszítéséhez 2,5 N erő szükséges. A végéhez egy 10 g-os testet teszünk, majd elégetjük a cérnát. Az asztal 1,25 m magas. Mekkora sebességgel és a vízszinteshez viszonyítva milyen szögben csapódik a padlóra a test? A súrlódást hanyagoljuk el!

**ÚJ FELADAT:**

Egy l0 = 30 cm hosszú, k = 20 N/m rugóállandójú rugó végére 35 dkg tömegű testet rögzítünk. A rugót függőlegesen lógatjuk fel és úgy engedjük el a testet, hogy az a rugó felfüggesztési pontjától 38 cm-re van. Töltsük ki az alábbi táblázatot! A nehézségi erő potenciális energiája abban a magasságban legyen zérus, ami a rezgés egyensúlyi helyzete.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | a test mozgási energiája | a test helyzeti energiája | a rugó potenciális energiája | a rugó+test rendszer mechanikai energiája |
| a rezgés legfelső pontja |  |  |  |  |
| a rezgés egyensúlyi helyzete |  |  |  |  |
| a rezgés legalsó pontja |  |  |  |  |

**8/3.a)** Milyen magasra emelkedik a Hold felszínéről v0 sebességgel függőlegesen kilőtt test?

**b)** Mennyi legyen v0, hogy a test elhagyja a Hold vonzókörét?

A Hold sugara RHold = 1888 km, a Hold felszínén a gravitációs gyorsulás gHold = 1,6 m/s2.

**EZEK ÁTMENNEK A KÖVETKEZŐ ANYAGBA:**

**~~8/4.~~** ~~Rugalmas ütközés egy egyenes mentén: m tömegű testet u sebességgel nekilökünk egy álló M tömegű testnek. Határozzuk meg a két test ütközés utáni sebességét, és vizsgáljuk meg azokat a speciális eseteket, amikor~~

**~~a)~~** ~~m = M;~~

**~~b)~~** ~~m~~ $\ll $ ~~M;~~

**~~c)~~** ~~m~~ $\gg $ ~~M.~~

**~~8/5.~~** ~~A főútra becsatlakozó mellékúton a STOP táblánál várakozó autóba hátulról beleütközik egy másik autó. A két autó tömege megegyezik. Az ütközésnél a két autó összetapad (rugalmatlanul ütközik) és a két autóból álló roncs súrlódva továbbcsúszik: átcsúszik a 8 m széles főúton, majd onnan tovább a füvön. Végül az ütközés helyétől 18 m-re áll meg. A hátulról jövő kocsi 11,4 m-es féknyomot hagyott az ütközés előtt. Mekkora sebességgel haladt, mielőtt fékezni kezdett? A súrlódási együttható az aszfalton 0,4, a füvön 0,5.~~

**9/1.** Határozzuk meg a vízmolekula tömegközéppontját! A kötéshossz 95,84 pm, a kötésszög 104,45°.

**9/2.** Azonos keresztmetszetű és hosszúságú, homogén vas és alumínium rudat a végüknél összeragasztunk, majd az egészet a tömegközéppontjánál kettévágjuk. Mennyi lesz a két rész tömegének aránya?

A sűrűségek: ρFe = 7,8 kg/dm3, ρAl = 2,7 kg/dm3.

**9/3.** L hosszúságú rúd sűrűsége egyik végén ρ0, másik végén 2ρ0, közben egyenletesen változik. A rúd keresztmetszete mindenütt azonos. Hol van a súlypontja?

**EZ KIMARAD: (GYAKORLÓ FELADAT LESZ BELŐLE)**

**~~9/4.~~** ~~4 m hosszú, 120 kg tömegű csónak egyik végéből megy át a másikba egy 80 kg tömegű ember. Mennyit mozdul el a csónak a vízparthoz viszonyítva, ha mozgása a vízben jó közelítéssel közegellenállás-mentesnek tekinthető?~~

**9/5.** 30 kg tömegű súrlódásmentes kiskocsin 40 kg tömegű gyerek ül, és van még a kocsin 2 db 5 kg tömegű tégla. A kocsi sebessége 2 m/s. A gyerek eldobja először az egyik téglát menetirányba, majd a másikat ellenkező irányba. A téglákat a kocsihoz képest 5 m/s sebességgel dobja el.

**a)** Mekkora lesz a kocsi sebessége a második tégla eldobása után?

**b)** És mekkora lesz a kocsi sebessége akkor, ha az első téglát dobja hátrafelé és a másodikat előrefelé?

**8/4.** Rugalmas ütközés egy egyenes mentén: m tömegű testet u sebességgel nekilökünk egy álló M tömegű testnek. Határozzuk meg a két test ütközés utáni sebességét, és vizsgáljuk meg azokat a speciális eseteket, amikor

**a)** m = M;

**b)** m $\ll $ M;

**c)** m $\gg $ M.

**8/5.** A főútra becsatlakozó mellékúton a STOP táblánál várakozó autóba hátulról beleütközik egy másik autó. A két autó tömege megegyezik. Az ütközésnél a két autó összetapad (rugalmatlanul ütközik) és a két autóból álló roncs súrlódva továbbcsúszik: átcsúszik a 8 m széles főúton, majd onnan tovább a füvön. Végül az ütközés helyétől 18 m-re áll meg. A hátulról jövő kocsi 11,4 m-es féknyomot hagyott az ütközés előtt. Mekkora sebességgel haladt, mielőtt fékezni kezdett? A súrlódási együttható az aszfalton 0,4, a füvön 0,5.

ezen egyszerűsítünk annyit, hogy nem lesz fű, csak aszfalt

**~~+ esetleg~~**

**~~9/6.~~** ~~Határozzuk meg egy homogén lemezből kivágott síklap súlypontjának helyzetét, ha annak alakja~~

**~~a)~~** ~~félkör;~~

**~~b)~~** ~~derékszögű háromszög;~~

**~~c)~~** ~~általános háromszög;~~

**~~d)~~** ~~α nyílásszögű körcikk!~~

**~~9/7.~~** ~~Hol helyezkedik el egy homogén tömegeloszlású kúp súlypontja?~~

ÉS AKKOR AMI NAGYON VÁLTOZIK:

MEREV TEST FORGÁSA: EBBŐL LESZ KÉT GYAKORLAT

1.

**ÚJ:**

**10/6.** Elhanyagolható tömegű 1 m hosszú rúd két végén 5–5 kg tömegű golyók vannak felerősítve.

**a)** Számítsuk ki a rúd felezési pontján átmenő, a rúdra merőleges tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékot!

**b)** Mennyivel változik a tehetetlenségi nyomaték, ha a tengelyt a rúd mentén önmagával párhuzamosan
10 cm-rel eltoljuk? Fejezzük ki az új tehetetlenségi nyomatékot az eredeti nyomaték, a tömeg és az eltolás segítségével!

**10/1.** Az ábrán látható 4 test egy elhanyagolható tömegű keretre van rögzítve.

3 kg

1 kg

2 kg

4 kg

y1

4 m

4 m

0

2 m

1 m

2 m

3 m

y2

y3

x

**a)** Számoljuk ki a kerettel összefogott testek y1, y2, y3 tengelyekre vonatkozó tehetetlenségi nyomatékát!

A keretet vízszintes helyzetbe fordítjuk, az y1 forgástengelyt vízszintesen rögzítjük, majd a keretet (az x tengelyt) elengedjük (így a keret a testekkel az y1 tengely körül forogni kezd).

**b)** Adjuk meg a keret szöggyorsulását a kiinduló helyzetben!

**c)** Adjuk meg a 4 kg-os és az 1 kg-os test gyorsulását a kiinduló helyzetben!

**d)** Mekkora a gravitációs erők forgatónyomatéka az y1 tengelyre, amikor a keret a vízszintessel 30°-os szöget zár be?

**e)** Adjuk meg a keret szögsebességét a vízszintessel bezárt szög függvényében!

**ÚJ:**

**10/9.** M = 5 kg tömegű, ℓ = 2,4 m hosszúságú vízszintes helyzetű vékony homogén rúd a végétől
ℓ/6 távolságra átmenő vízszintes tengely körül súrlódásmentesen foroghat. A rúd tengelytől távolabbi végpontjához alulról hozzádobunk egy m = 1 kg tömegű golyót függőleges v = 15 m/s sebességgel. A golyó hozzáragad a rúdhoz; az ütközés tökéletesen rugalmatlannak tekinthető.

**a)** Adjuk meg az összeragadt golyó + rúd tömegközéppontjának távolságát a forgástengelytől!

**b)** Számoljuk ki az összeragadt golyó + rúd tehetetlenségi nyomatékát a megadott forgástengelyre vonatkoztatva! A rúd tehetetlenségi nyomatéka a tömegközéppontján átmenő, rúdra merőleges tengelyre vonatkoztatva Θ = 1/12 Mℓ2 .

**c)** Mekkora a golyó + rúd impulzusmomentuma az ütközés után?

**d)** Átfordul-e a rúd a hozzáragadt golyóval a függőleges helyzeten?

**ÉS AKKOR EZ MEG NEM KELL:**

**~~10/2.~~** ~~Függőlegesen fellógatott M tömegű, ℓ hosszúságú homogén rúd alsó pontjához vízszintes v sebességgel érkezve hozzátapad egy m tömegű golyó.~~

**~~a)~~** ~~Mekkora szögsebességgel indul a rúd a hozzátapadt golyóval?~~

**~~b)~~** ~~Maximum mekkora szöggel lendül ki?~~

v

ℓ/2

v

ℓ

**10/3.** Két homogén, m tömegű, ℓ hosszú pálca v sebességgel közeledik egymáshoz vízszintes súrlódásmentes asztalon. A pálcák merőlegesek a sebességükre, de az ábra szerint el vannak tolódva egymáshoz képest. Ütközés után a két pálca összeragad. Hogy fognak mozogni?

2.

**ÚJ:**

Az ábrán látható szerkezet
egy ℓ1 = 0,9 m hosszú, m1 = 0,6 kg tömegű és
egy ℓ2 = 0,6 m hosszú, m2 = 0,4 kg tömegű rúd és
egy m3 = 0,2 kg tömegű, R = 10 cm sugarú korong összehegesztésével készült.

ℓ1 , m1

ℓ2 , m2

m3 , R

0,6 m

0,3 m

O

A szerkezet függőleges síkban súrlódásmentesen képes elfordulni az O ponton átmenő vízszintes tengely körül.

**a)** A szerkezetet elengedve merre és mekkora gyorsulással indul a korong?

**b)** Milyen helyzetben lenne egyensúlyban a szerkezet?

**10/5.**

**a)** Mekkora gyorsulással gördül le egy α hajlásszögű és s hosszúságú lejtőn egy R sugarú

[A] henger;

[B] golyó;

[C] üres belsejű henger?

**b)** Mekkora lesz a sebességük a lejtő alján, ha a lejtő tetejéről kezdősebesség nélkül indulnak?

**c)** Miért térnek el ezek a sebességek a súrlódásmentesen lecsúszó test sebességétől?

**10/4.** M tömegű, R sugarú csigára feltekert fonálon m tömegű teher függ a földtől h magasságban. Elengedve milyen végsebességgel érkezik le? A súrlódás elhanyagolható.

**ÚJ:**

Egy *r2* sugarú, *m2* tömegű henger tengelyéhez egy kötelet kötöttünk,
a kötelet átvetettük a lejtő tetejéhez rögzített
*r1* sugarú, *m1* tömegű csigán,
a kötél másik végére egy *m3* tömegű súlyt kötöttünk.
A hengert az *L* hosszú, *α* hajlásszögű lejtő közepére tettük
(a kötél párhuzamos a lejtővel)
és az összekötött rendszert elengedtük.

A kötél nem csúszik meg a csigán,
a csiga súrlódásmentes,
a henger tisztán gördül a lejtőn.

*m1 = 5 kg, r1 = 10 cm, m2 =25 kg, r2 = 50 cm, m3 = 10 kg, L = 20 m, α = 30°.*

**a)** Vegyük a rendszer potenciális energiáját a kezdeti helyzetben zérusnak. Mennyi lenne a potenciális energia, ha a henger a lejtő alsó, ill. felső végénél állna?

**b)** Milyen irányban mozog a henger a lejtőn középről indulva? (Meg tudjuk válaszolni a gyorsulás kiszámolása nélkül?)

**c)** Mekkora sebességgel mozog a súly, amikor a henger a lejtő végéhez ér?