

### **3. GYAKORLATI ELEKTROMOSSÁGTAN**

Ez a fejezet egyrészt a középiskolás fizika anyag és az Elektrodinamika előadás idevágó ismereteinek összefoglalását tartalmazza, másrészt olyan számítási módszereket, amelyek egyenáramú hálózatszámításnál hasznosak. Az itt leírtak meghaladják a labormérésekhez feltétlenül szükséges ismereteket, de segítséget nyújthatnak az ott leírtak megértéséhez.

A tartalomjegyzékben csillagok jelölik azokat a fejezeteket, amiket a mérésekhez feltétlenül tudni kell. (A levezetések nem kell tudni, csak a fontosabb képleteket.)

#### **1. Alapfogalmak**

##### **1.1. Az elektromos töltés**

##### **1.2. Az elektromos térerősség**

##### **1.3. Elektromos potenciál és feszültség \*\*\***

##### **1.4. Az elektromos áram \*\*\***

##### **1.5. Az Ohm-törvény \*\*\***

#### **2. Elektromos áramkörök és alkotóelemeik**

##### **2.2. Kétpólusok soros és párhuzamos kapcsolása \*\*\***

##### **2.3. A Kirchhoff-törvények \*\*\***

##### **2.4. Elektromos hálózat-elemek \*\*\***

Áram- ill. feszültségforrások

##### **2.5. Elektromotoros erő, kapcsolófeszültség, belső ellenállás \*\*\***

##### **2.6. Thevenin tétele**

##### **2.7. Norton tétele**

#### **3. Az elektromos teljesítmény \*\*\***

##### **3.2. Teljesítmény időben változó áramok és feszültségek esetén**

##### **3.3. Aktív, disszipatív és reaktív kétpólusok**

#### **4. Hálózatszámítás: a hurokmódszer**

#### **5. Műszerek \*\*\***

# 1. Alapfogalmak

## 1.1. Az elektromos töltés

Az anyagi testek általában elektromosan semlegesek, de egyszerű fizikai módszerrel (pl. dörzselektromosság) pozitív vagy negatív töltésűvé tehetők. Az azonos előjelű töltések taszítják, az ellentétes előjelűek vonzzák egymást. Egy  $Q_1$  töltéstől a  $Q_2$  töltésre ható erő

$$\underline{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \underline{r},$$

ahol  $\underline{r}$  a  $Q_1$  töltéstől a  $Q_2$  töltéshez mutató vektor, melynek hossza  $r$ . A töltés egysége a Coulomb (C). Két 1 C nagyságú töltés 1 m távolságból  $9 \cdot 10^9$  N erővel hat egymásra, azaz

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{A}^{-2} \text{s}^{-2}.$$

## 1.2. Az elektromos térerősség

Az elektromos töltések körül elektromos erőtér alakul ki. Az elektromos erőtér az elektromos térerősség,  $\underline{E}(\underline{r})$  vektor-vektorfüggvény jellemzi.  $Q$  töltésre az elektromos erőtérben

$$\underline{F} = Q \underline{E}$$

erő hat. Egy  $\underline{r}_0$  helyvektorú  $Q$  pontszerű töltés elektromos tere

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{Q(\underline{r} - \underline{r}_0)}{|\underline{r} - \underline{r}_0|^3} \cdot k$$

Töltésrendszer erőtere az egyes töltésektől származó térerősségek szuperpozíciója.

## 1.3. Elektromos potenciál és feszültség

Ha az elektromos erőtérben egy töltés elmozdul, pl. az A pontból a B pontba, a töltésen a tér  $W$  munkát végez:

$$W = \int_{\underline{r}_A}^{\underline{r}_B} Q \underline{E}(\underline{r}) d\underline{r}.$$

Ha a térerősség nem változik túl gyorsan az idővel (kvázistacionárius eset), ez a munkavégzés független az úttól, és létezik egy  $\phi(\underline{r})$  skalár-vektor **potenciál függvény**, melynek negatív gradiense az elektromos térerősség:

$$\underline{E} = -\text{grad}(\phi).$$

Ekkor

$$W = - \int_{\underline{r}_A}^{\underline{r}_B} Q \text{grad}(\phi) d\underline{r} = -Q \int_{\underline{r}_A}^{\underline{r}_B} d\phi = Q (\phi(\underline{r}_A) - \phi(\underline{r}_B)) = Q \cdot U_{AB}.$$

A  $\phi$  potenciál értéke a tér egy pontjában tetszőlegesen választható. Általában a végtelen távoli pont potenciálját tekintjük 0-nak. Így a *potenciál az elektromos erőtér egy  $\underline{r}$  pontjában azzal a munkával egyenlő, amit a tér végez, míg egy egységnyi pozitív töltés az  $\underline{r}$  ponttól a végtelenbe mozdul el.* A gyakorlatban a földet tekintik zérus potenciálúnak.

Az

$$U_{AB} = \phi(\underline{r}_A) - \phi(\underline{r}_B) = \phi_A - \phi_B$$

potenciálkülönbség két pont között az elektromos **feszültség**. Ez egyenlő azzal a munkával, amit a *tér az egységnyi pozitív töltésen végez, míg az az A pontból a B pontba mozdul el.*

A feszültség additív; ha az A és B pontok között a feszültség  $U_{AB} = \phi_A - \phi_B$ , a B és C pontok között  $U_{BC} = \phi_B - \phi_C$ , akkor az A,C pontok közötti feszültség

$$U_{AC} = \phi_A - \phi_C = (\phi_A - \phi_B) + (\phi_B - \phi_C) = U_{AB} + U_{BC}.$$

**1.4. Az elektromos áram** a töltések rendezett mozgása. Az elektromos áram a pozitívabb potenciálú helyről folyik a negatívabb potenciálú hely felé, vagyis *az áramirány a pozitív töltéshordozók haladási irányával egyezik meg* (pont ellentétes a negatív töltéshordozók, fémes vezetőben az elektronok haladási irányával). Az elektromos áram **nagysága**, az **elektromos áramerősség** az áramvezető eszköz vagy közeg keresztmetszetén egységnyi idő alatt átfolyt töltésmennyiség. Egysége az Amper (A).

### 1.5. Az Ohm-törvény

Minden anyagban vannak -kisebb vagy nagyobb koncentrációban- olyan töltéshordozó részecskék, melyek az elektromos tér hatására szabadon elmozdulnak. (Pl. a vezetési elektronok fémekben és félvezetőkben; ionok elektrolitokban.) A közegbeli elektromos tér gyorsítja ezeket a töltéshordozókat, viszont a többi, rendezetlen hőmozgást végző részecskével való kölcsönhatás egy, a sebességgel növekvő fékezőerőt jelent. A két ellentétes erő hatására konstans sebességű mozgás alakul ki, és erre szuperponálódik a töltéshordozók rendezetlen hőmozgásának sebessége. Az utóbbi átlaga zérus, a rendezett mozgás sebessége izotróp közegben viszont a térerősséggel lesz arányos:

$$\underline{v} = \mu \underline{E},$$

ahol  $\mu$ -t mozgékonyágnak nevezzük. Tegyük fel, hogy a töltéshordozók töltése  $q$ , sebességük az  $\underline{E}$  térerősség hatására  $\underline{v}$ , koncentrációjuk  $N$ . Akkor az  $\underline{E}$  irányára merőleges egységnyi felületen, arra merőlegesen  $N v q$  töltés halad keresztül időegység alatt. Ez az áramsűrűség,  $\underline{i}$

$$\underline{i} = N \underline{v} q = N \mu q \underline{E} = \sigma \underline{E}.$$

$\sigma$ -t **fajlagos vezetési** nevezzük. [Anizotróp közegekben  $\sigma$  tenzormennyiség,  $\underline{i}$  és  $\underline{E}$  nem feltétlenül párhuzamos.]

Ha pozitív és negatív töltésű részecskék is jelen vannak, a pozitív töltésűek a tér irányában, a negatív töltésűek ezzel szemben áramlanak, tehát a negatív töltések mozgékonyága negatív. Mivel  $\mu q > 0$ , mindkét töltéshordozó hozzájárulása az áramsűrűséghez pozitív.

Ha az adott közegből állandó keresztmetszetű huzalt, rudat, stb. készítünk, akkor az ebben folyó áram erőssége

$$I = \int \underline{i} d\underline{A},$$

az áramsűrűségnek a vezető keresztmetszetére vett integrálja. Ha a huzal hossza  $\ell$ , és a két vége közé  $U$  feszültséget kapcsolunk, akkor a térerősség a huzalban  $E = U/\ell$ . Az áramerősség, mely az  $U$  feszültség hatására a vezetékben folyik:

$$I = \int \sigma U/\ell dA = U / R, \quad \text{Ohm-törvény}$$

ahol  $R$  a vezeték **ellenállása**. Ha  $\sigma$  is állandó,

$$R = \rho \ell / A,$$

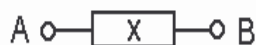
ahol  $A$  a teljes keresztmetszet területe és  $\rho = 1/\sigma$  a **fajlagos ellenállás**.

A fajlagos vezetés nagysága alapján szigetelőket, félvezetőket és vezetőket különböztetünk meg.

## 2. Elektromos áramkörök és alkotóelemeik

**2.1.** Az elektromos áramkörökben különböző alkatrészek, kapcsolási elemek szerepelnek. A legegyszerűbb áramkör **energiaforrásból (generátor)** és **fogyasztóból** áll, melyen az elektromos energia valamilyen más energiafajtává –mechanikai, hő-, hang-, fény- stb.– alakul (villanymotor, elektromos fűtőtest, hangszóró, izzólámpa,...). Ezen kívül egy áramkör tartalmazhat szabályozó és ellenőrző elemeket (kapcsolók, elosztók, biztosítók, mérő- és érzékelő berendezések), átalakítókat (transzformátorok, egyenirányítók) és reaktív elemeket (kondenzátorok és önindukciós tekercsek), mindezeket elhanyagolható ellenállású vezetékek kötik össze egy zárt körré, melyben áram folyik a forráson és fogyasztón keresztül. Tágabb értelemben véve tetszőlegesen összekötött elektromos alkatrészeket is szoktunk áramkörnek vagy hálózatnak nevezni.

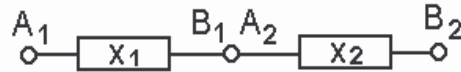
Ha van két kivezetés, melyhez újabb alkatrészek, generátor vagy egy másik áramkör csatlakoztatható, akkor **kétpólusról** beszélünk. A kétpólust a következőképp fogjuk jelölni:



A legalapvetőbb kapcsolási elemek (ellenállás, kondenzátor, önindukciós tekercs, telep, biztosító, megszakító kapcsoló) kétpólusok. A potenciométer három pólusú. A tranzisztor szintén. Az olyan alkatrészeket, melyeknek bemenete és kimenete különböztethető meg, négpólusnak szokták nevezni akkor is, ha a kimenet és bemenet egy-egy pólusa közös, tehát tulajdonképpen hárompólusról van szó.

## 2.2. Kétpólusok soros és párhuzamos kapcsolása

Kétpólusokat összekapcsolhatunk egymással úgy, hogy egy-egy pólusuk közös, és ehhez a közös pólushoz más nem csatlakozik. Ez a **soros** kapcsolás, az új kétpólust az  $A_1, B_2$  szabad végek definiálják.

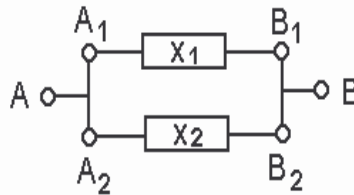


A sorba kapcsolt kétpólusokon azonos az áramerősség, mivel elágazási pont nincs közöttük.

Sorosan kapcsolt ellenállások eredője az ellenállások összege:

$$R_e = \sum R_i .$$

Összeköthetünk kétpólusokat úgy is, hogy mindkét pólusuk közös:



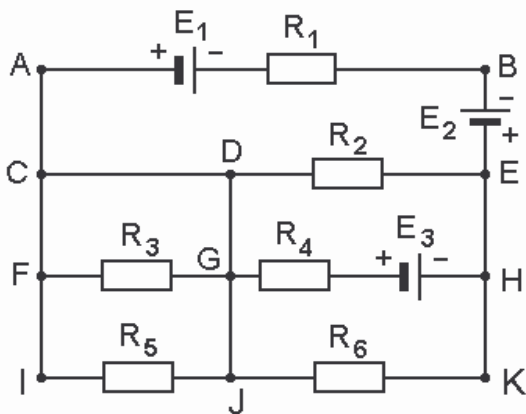
Az új kétpólust az A, B pontok határozzák meg. Ez a **párhuzamos** kapcsolás.

A párhuzamosan kapcsolt kétpólusokon a feszültség azonos, ami a közös végpontjaik potenciálkülönbsége.

Párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredőjének reciproka az egyes ellenállások reciprokának összege:

$$\frac{1}{R_e} = \sum \frac{1}{R_i} .$$

Sorba és párhuzamosan tetszőleges számú kétpólus köthető, de nem minden kapcsolás soros vagy párhuzamos! Tekintsük pl. az alábbi hálózatot:



A betűvel jelölt pontok közül az A, C, D, F, I és J, illetve az E, H és K pontok az elektromos hálózat szempontjából azonosak, mivel egy-egy ellenállásmentesnek tekintett vezeték köti össze őket, potenciáljuk azonos. A C, D, E, F, G, H és J pontok **csomópontok** vagy **elágazási** pontok. Ezzel szemben pl. a B pont nem elágazási pont, így  $E_1, R_1$  és  $E_2$  sorosan vannak kötve.  $R_1$  és  $R_2$  viszont nincsenek sorosan kapcsolva, mivel az E pont elágazási pont. Két csomópont közötti elágazásmentes hálózatrész alkot egy **ágot**. Egy ágban ugyanaz az áram folyik minden kétpóluson keresztül. Az ág két végpontja közötti feszültség az egyes elemeken eső feszültségek összege.

$R_3$  és  $R_5$  párhuzamosan vannak kötve, mivel mindkettő a C és D pontokhoz csatlakozik. A C és D pontok közötti eredő ellenállás itt mégis zérus, mivel e pontokat összeköti egy rövidzár. (Az  $R_3$  és  $R_5$  ellenállásokon ezért nem is folyik áram, el is hagyhatjuk őket a hálózatból.)  $R_2$  párhuzamosan van kötve  $R_6$ -tal, de az összes többi viszony az ellenállások között se nem soros, se nem párhuzamos kapcsolás.

**Huroknak** nevezünk a hálózatban egy önmagát nem metsző zárt utat. ABECA pl. egy ilyen hurok, és ez egy egyszerű hurok, szemben ABEHGDCA-val, mely összetett. A fenti hálózat 5 hurokból áll.

A hálózatban a feszültségekre és áramokra **Kirchhoff törvényei** érvényesek.

### 2.3. A Kirchhoff-törvények

#### Kirchhoff I. (csomóponti) törvény

Egy csomópontba befolyó áramok erősségének összege megegyezik a kifolyó áramok erősségének összegével (a töltésmegmaradás miatt, és mivel töltés nem halmozódhat fel a csomópontban).

Ha a befolyó áramokat pozitív, a kifolyó áramokat negatív előjellel vesszük, akkor a csomópontnál

$$\sum I_k = 0, \quad k = 1, \dots, n \quad \text{ha } n \text{ ág találkozik a csomópontban.}$$

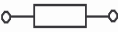
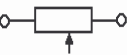



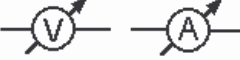


#### Kirchhoff II. (hurok-) törvény

A hurokban egy meghatározott körüljárási irányhoz viszonyított potenciálesések / feszültségek összege zérus.

$$\sum U_k = 0, \quad k = 1, \dots, n \quad \text{ha } n \text{ áramköri elem van a hurokban.}$$

Az alábbi táblázatban összefoglaljuk a legegyszerűbb kapcsolási elemekkel kapcsolatos tudnivalókat.

### 2.4. Elektromos hálózat-elemek

Név	Jel	Rajzjel	Karakterisztika	Jellemzők
ellenállás	R		$U = R I$	névleges érték ( $\Omega$ ) tűrés (%) terhelhetőség (W)
potenciométer; helipot	P H		változtatható ellenállás, feszültségosztó	névleges érték linearitás terhelhetőség
kapcsoló	K		be: $U = 0$ ki: $I = 0$	
telep, feszültséggenerátor	E G		$U = E - I R_b$	elektromotoros erő (E) belső ellenállás ( $R_b$ )
váltóáramú generátor	G			frekvencia
mérőműszerek	V A			méréshatár érzékenység belső ellenállás ( $R_b$ )
kondenzátor	C		$U = Q / C$	kapacitás (F) maximális feszültség ohmos veszteség
önindukciós tekercs	L		$U = L \dot{I}$	önindukciós együttható (H) veszteség

## Áram- ill. feszültségforrások

### 2.5. Elektromotoros erő, kapocsfeszültség, belső ellenállás

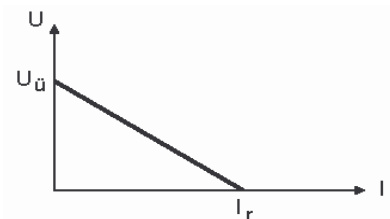
Zárt elektromos körben áram csak úgy folyhat tartósan, ha valamilyen nem elektromos hatás, egy "idegen erő" a töltések folyamatos szétválását biztosítja. Pl.  $\text{CuSO}_4$  vizes oldatába réz és cink elektródákat merítve a töltésszétválást az biztosítja, hogy a cink elektródból  $\text{Zn}^{2+}$  ionok oldódnak be az elektrolitba, ahonnan a rézionok kiválnak a rézelektrodon. Ezáltal a rézelektrod (az elektrolithoz képest) pozitív, a cinkelektrod negatív lesz (Volta-féle galvánelem).

Ha –az elektródákra valamilyen terhelést kapcsolva– zárjuk az áramkört, a terhelésen az áram a pozitív pólustól a negatív felé folyik, de az elemen belül éppen fordítva, a pozitív rézelektrodáról elvezetett töltés helyébe újabb pozitív töltések érkeznek az elektrolitból és a cinkelektrodáról viszont újabb pozitív töltések mennek át az elektrolitba. A terheletlen elemen (vagyis ha a telep sarkait nem köti össze semmi) a kémiai folyamat egy idő után leáll, illetve dinamikus egyensúly áll be. Az egyes elektródák és az oldat között ekkor olyan elektromos potenciálkülönbség alakul ki, mely pontosan kiegyensúlyozza a kémiai erők töltésszétválasztó hatását. A két elektród között *terheletlen esetben* kialakuló potenciálkülönbség az **E elektromotoros erő**.

Az ellentétes töltések folyamatos szétválasztását biztosító eszközök a **generátorok**. (Áram- vagy feszültségforrás, telep elnevezés is használatos.) **Ideális feszültséggenerátorról** beszélünk, ha a generátor által a terhelésen biztosított feszültség független a terheléstől. **Ideális áramgenerátorról**, ha a terhelésen átfolyó áram erőssége nem függ a terhelő ellenállástól. A valóságban a generátoroknak mindig van **belső ellenállásuk**, ezért a terheléstől függő feszültséget illetve áramot szolgáltatnak.

Egy **reális generátor** feszültsége ill. árama külső terhelés esetén csökken. Ha a feszültség az áramerősség lineáris függvénye, akkor a generátor két paraméterrel, a feszültség – áram karakterisztika tengelymetszeteivel jellemezhető.

Ez a két paraméter az



- az  $U_{\text{ü}}$  **üresjárási feszültség**, melyet terheletlen esetben,  $I = 0$ -nál kapunk; ez az elektromotoros erő:  $U_{\text{ü}} = E$ ;
- az  $I_r$  **rövidzárási áram**, melyet  $U = 0$  esetén, a generátor sarkait rövidre zárva (azaz zérus ellenállással terhelve) kapunk.

A reális generátor  $R_b$  belső ellenállása ezekből kiszámolható:  $R_b = U_{\text{ü}} / I_r$

A reális generátor sarkain mérhető  $U_k$  kapocsfeszültség a körben folyó áramerősség függvénye:

$$U_k = E - I R_b$$

### 2.6. Thevenin tétele

Minden *aktív lineáris kétpólus* helyettesíthető egy reális feszültséggenerátorral, vagyis

- egy ideális feszültséggenerátorral, melynek elektromotoros ereje

$$E = U_{\text{ü}}, \quad \text{ahol } U_{\text{ü}} \text{ az üresjárási feszültség;}$$

- és egy ezzel sorba kötött belső ellenállással, melynek értéke

$$R_b = U_{\text{ü}} / I_r, \quad \text{ahol } I_r \text{ a rövidzárási áram;}$$

$R_b$  számolható a két pólus közötti eredő ellenállásból is.

Hasonló helyettesítő kép adható meg a reális áramgenerátorokra is:

### 2.7. Norton tétele

Minden lineáris kétpólus helyettesíthető egy ideális áramgenerátorral és egy ezzel párhuzamosan kötött belső ellenállással.

A generátor árama  $I_g = I_r$

és a belső ellenállása  $R_b = U_{\ddot{u}} / I_r$ .

## 3. Az elektromos teljesítmény

3.1. Az  $\underline{E}$  elektromos tér egy  $\Delta Q$  töltésen

$$\Delta W = \int_A^B \Delta Q \underline{E} \, d\mathbf{r} = \Delta Q U_{AB}$$

munkát végez, amíg azt az A pontból B-be mozdítja el. Ha ez  $\Delta t$  idő alatt történt, akkor az áramerősség

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt},$$

és a teljesítmény

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} U_{AB} = I U_{AB}.$$

Ha az A, B pontok egy R ellenállás végpontjait jelentik,  $U_{AB} = I R$ , amivel

$$P = I^2 R = U_{AB}^2 / R.$$

Az elektromos munka révén az ellenállás felmelegszik. A környezeténél melegebb ellenállás hőt ad át a környezetnek, "disszipálja" azt az energiát, melyet az elektromos tértől nyert. Az ellenállások káros túlmelegedés nélkül csak egy bizonyos határig képesek disszipálni a teljesítményt. Ez a *maximális teljesítmény* az **ellenállás terhelhetősége**.

### 3.2. Teljesítmény időben változó áramok és feszültségek esetén

Ha az áram és feszültség függ az időtől, beszélhetünk a pillanatnyi teljesítményről, P(t)-ről

$$P(t) = U(t) I(t),$$

de a gyakorlatban az átlagteljesítmény a fontosabb. Tételezzük fel, hogy a feszültség és áram periodikus függvénye az időnek, és a periódusidő T. Akkor az R ellenálláson a teljesítmény

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) U(t) \, dt = \frac{R}{T} \int_0^T I^2(t) \, dt = R I_{\text{eff}}^2,$$

ahol  $I_{\text{eff}}^2$ , az **effektív áramerősség** az áramerősség négyzetének időátlaga:

$$I_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) \, dt.$$

Hasonlóan értelmezhető az **effektív feszültség**, mint a feszültségnégyzet időátlagának négyzetgyöke. Az effektív áram- és feszültséggel kifejezve az R ellenálláson disszipálódó teljesítmény:

$$P = I_{\text{eff}}^2 R = U_{\text{eff}}^2 / R,$$

és ez ugyanaz, mint egy  $I_{\text{eff}}$  nagyságú egyenáram vagy  $U_{\text{eff}}$  nagyságú feszültség teljesítménye ugyanazon az ellenálláson.

### 3.3. Aktív, disszipatív és reaktív kétpólusok

A teljesítmény szempontjából a kétpólusok három típusát különböztetjük meg.

**a./** Az áramforrások (generátorok) leadnak teljesítményt, azaz teljesítmény-*felhasználásuk* negatív:

$$P < 0.$$

Az ilyen kétpólusokat **aktív** kétpólusoknak nevezzük.

**b./** Az ohmikus ellenállás nem lead, hanem kap és felhasznál elektromos teljesítményt, itt

$$P \geq 0.$$

és  $P=0$  is csak  $I=0$ ,  $U=0$  esetben lehetséges. Az ilyen kétpólus **disszipatív**.

**c./** Az ideális kondenzátorban és önindukciós tekercsben az elektromos energia tárolódik. A kondenzátor energiája  $E_C = \frac{1}{2} Q^2 / C$ , a tekercsé  $E_L = \frac{1}{2} L I^2$ . Mindkét elem fel is vehet és le is adhat –saját energiájának rovására– elektromos energiát, azaz  $P$  pozitív és negatív is lehet. Az ilyen kétpólusokat **reaktív** kétpólusoknak nevezzük.

A disszipatív és reaktív kétpólusok az aktív kétpólusokkal szemben **passzív** kétpólusok.

Ha egy áramkörben az aktív elemek  $P_a$  teljesítményt adnak le, a disszipatívok  $P_d$  teljesítményt vesznek fel és disszipálnak, a reaktív elemek összenergiája pedig  $E$ , akkor

$$P_a = P_d + dE/dt.$$

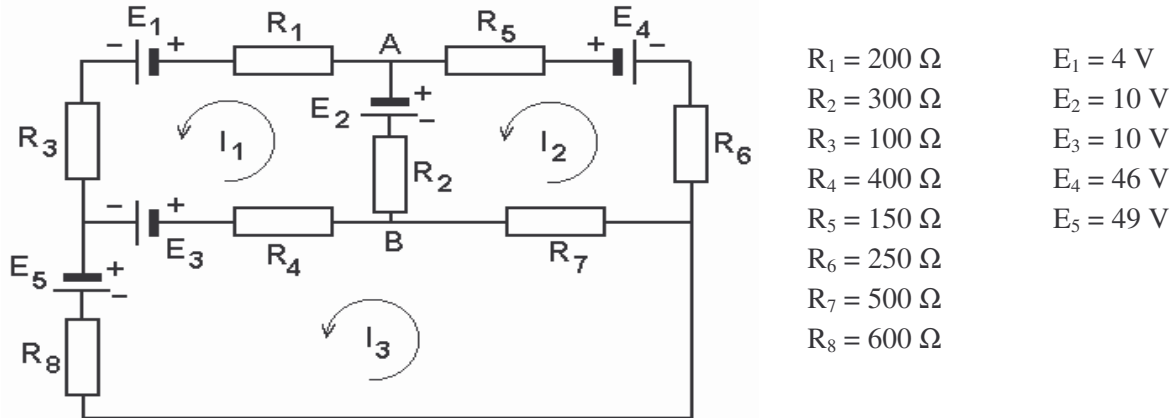
Ha egy teljes periódusra vett átlagértéket vizsgálunk, vagy nincs a hálózatban reaktív elem,  $dE/dt = 0$  és  $P_a = P_d$ , a generátorok által leadott összes teljesítmény megegyezik a disszipatív elemek által felvett teljesítménnyel. Disszipatív elemek nélküli hálózat nem létezik, ha elektromos áram folyik, mindig fellép disszipáció.



#### 4. Hálózatszámítás: a hurokmódszer

Kirchhoff törvényeinek alkalmazásával bármely hálózatban meghatározhatók az egyes ágakban folyó áramok és a hálózat tetszés szerinti két pontja közötti feszültség. A hurokmódszer egyszerűsíti, gépiessé teszi az egyenletek felírását. Lényege az, hogy az áramokat a hurkokhoz rendeljük az ágak helyett.

Tekintsük a következő áramkört:



Határozzuk meg az  $R_8$  ellenálláson folyó áramot és az  $U_{AB}$  feszültséget!

*Megoldás:*

Vegyünk fel minden hurokban egy-egy áramot. (A hurkokat tetszőlegesen választhatjuk; itt most az egyszerű hurkokat választottuk.) Célszerű minden hurokban azonos körüljárási irányt választani, mint ahogy pl. az ábrán látható. A szabad ágakban folyó áram megegyezik a hurokárammal; azokon az ágakon viszont, melyek két hurok közös ágai, a két hurokáram előjeles összege (jelen esetben különbsége) folyik. Az áramokat így felvéve Kirchhoff I. törvénye automatikusan teljesül. (Pl. az A pontnál befolyik  $I_2$  áram és kifolyik  $I_1$ , az AB közös ágon viszont befolyik  $I_1 - I_2$ , azaz az A csomópontban az áramok összege valóban zérus.)

Írjuk fel a hurokegyenleteket! Az alábbi egyenletekben a potenciálváltozásokkal (nem a feszültségekkel!) írtuk fel a hurokegyenleteket. A felvett áramirányokat körüljárási irányoknak véve mindig teljesül, hogy –mivel az áram irányát követve a potenciál csökken– ohmos ellenálláson áthaladva a potenciálváltozás mindig negatív, vagyis az  $R \cdot I$  tagok mindig negatívak; telepen áthaladva pedig a telep sarkainak állásából olvashatjuk le, hogy nő vagy csökken a potenciál (a negatív saroktól a pozitív felé haladva nő, ellenkező irányban csökken).

$$-R_1 I_1 - E_1 - R_3 I_1 + E_3 - R_4 (I_1 - I_3) - R_2 (I_1 - I_2) + E_2 = 0$$

$$-R_6 I_2 + E_4 - R_5 I_2 - E_2 - R_2 (I_2 - I_1) - R_7 (I_2 - I_3) = 0$$

$$-R_8 I_3 - R_7 (I_3 - I_2) - R_4 (I_3 - I_1) - E_3 - E_5 = 0$$

(A hurokegyenleteket feszültségekkel felírva minden előjel ellentétes lenne, mivel  $U = -\Delta\phi$ .)

Rendezzük az egyenletrendszert az ismeretlen áramokra!

$$(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) I_1 - R_2 I_2 - R_4 I_3 = -E_1 + E_2 + E_3$$

$$-R_2 I_1 + (R_2 + R_5 + R_6 + R_7) I_2 - R_7 I_3 = -E_2 + E_4$$

$$-R_4 I_1 - R_7 I_2 + (R_4 + R_7 + R_8) I_3 = -E_3 - E_5$$

Behelyettesítve a számértékeket:

$$1000 I_1 - 300 I_2 - 400 I_3 = 16$$

$$-300 I_1 + 1200 I_2 - 500 I_3 = 36$$

$$-400 I_1 - 500 I_2 + 1500 I_3 = -59$$

Az áramok:

$$I_1 = 0,01 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,02 \text{ A}$$

$$I_3 = -0,03 \text{ A}$$

A megoldás szerint az  $R_8$  ellenálláson

$$I_3 = -0,03 \text{ A}$$

áram folyik; ez azt jelenti, hogy a tényleges áramirány ellentétes a felvett áramiránnyal, vagyis az  $R_8$  ellenálláson 0,03 A folyik letről felfelé.

Az AB ágban folyó áram  $I_1$  és  $I_2$  eredője: mondhatjuk úgy, hogy  $I_1 - I_2$  folyik B-ből A felé, vagy hogy  $I_2 - I_1$  folyik A-ból B felé. Behelyettesítve kapjuk, hogy az AB ágon folyó áram nagysága 0,01 A, iránya  $A \rightarrow B$ . Ez azt jelenti, a B pont potenciálja negatívabb, mint az  $E_2$  és  $R_2$  közötti pont, vagyis A-ból B felé menve az  $R_2$  ellenálláson  $0,01 \cdot 300 = 3 \text{ V}$  esik. Az  $E_2$  telepen A-ból B felé menve a potenciál pedig 10 V-t esik, tehát

$$U_{AB} = 13 \text{ V.}$$

## 5. Műszerek

Áramerősséget **ampermérővel**, feszültséget **voltmérővel** mérünk.

A voltmérőt arra a két pontra csatlakoztatjuk, melyek között mérni akarjuk a feszültséget.

Árammérésnél meg kell szakítanunk az áramkört és a műszert abba az ágba kell beiktatnunk, amelyikben mérni akarjuk az áramerősséget.

Fontos, hogy a műszer ne változtassa meg az áramköri viszonyokat.

Az *ampermérő* akkor *ideális*, ha nem esik rajta feszültség, tehát a *belső ellenállása zérus*.

Az *ideális voltmérőn* viszont áram nem folyik, tehát a *belső ellenállása végtelen*.

A valóságban a műszerek **belső ellenállása** véges érték. Ez a belső ellenállás árammérésnél sorba kapcsolódik azzal az elemmel, melynek az áramát mérjük; a feszültség mérésénél pedig párhuzamosan kapcsolódik ahhoz a két ponthoz, melyek között a feszültséget mérni akarjuk.

A Deprez-rendszerű ampermérő működési elve: a mérendő áramerősség egy meghatározott törtrésze átfolyik a műszer forgótekercsén, melyre egy állandó mágnes terében az áramerősséggel arányos forgatónyomaték hat. Ezt a forgatónyomatékot egy spirálrugó megnyúlása ellensúlyozza, a megnyúlás a tekercs meghatározott szögelfordulásával ekvivalens, és ezt a szögelfordulást mutatja a tekercsre erősített mutató. A műszer használatánál vigyázni kell a polaritásra, és arra, hogy ne kapjon a végkitérésének megfelelő áramnál nagyobb áramot, mert a mutató kiakadhat, a műszer tönkremehet.

Az analóg (mutató) műszerekkel ellentétben, melyek az elektromos áram mágneses vagy hőhatását felhasználva a mérendő elektromos jelet a mutató elmozdulásává alakítják át, a digitális kijelzésű műszerek az analóg feszültséget digitalizálják, számjellé alakítják, és ez a számjel vezérel egy -általában folyadékkristályos- kijelzőt. Árammérésnél az áram által adott ellenálláson létrehozott potenciálesést digitalizálják.

A digitális műszerek általában védve vannak túlfeszültség és túláram ellen. Ez azt jelenti, hogy ha a bemenő jel nagyobb, mint a kiválasztott méréshatár, akkor a műszer kijelzőjén "1" jelenik meg, de a műszer nem károsodik.

A műszerek egy része többfunkciós, univerzális: áram-, feszültség- és ellenállásmérésre, vagy egyen- és váltóáramú mérésekre is alkalmas, és a mérendő mennyiség több nagyságrendet kitevő tartományában is használható a méréshatár változtatásával. Az áramkörbe úgy kötjük be a műszert, hogy az egyik csatlakozási pont a "COM" (közös) jelű bemenet, a másikat pedig a mért mennyiségnek (és esetleg annak nagyságának) megfelelően válasszuk ki (feszültség- és ellenállásmérésnél a V -  $\Omega/k\Omega$  jelű, árammérésnél a mA/10A jelű bemenet; a jelölések műszertípusonként változóak). A megfelelő kapcsolókkal ki kell még választani a kívánt *funkciót* és *méréshatárt*, valamint hogy *egyen-* vagy *váltójelű* üzemmódot kívánunk-e használni.

***Mindig nagyobb méréshatárt válasszunk, mint a mérendő mennyiség várható legnagyobb értéke, de azok közül a pontosság érdekében mindig a lehető legkisebb méréshatáron mérjünk!***

***Mérési sorozat felvétele közben ne változtassuk a méréshatárt, mert ezzel megváltozik a műszer belső ellenállása, és ez befolyásolja a mérési eredményt!***

## A műszer pontossága, érzékenysége, hibája

A műszer leolvasásánál a **leolvasási hiba** a műszer számlapján a legkisebb skálarésznek, digitális kijelzésű műszernél az utolsó számjegy helyiértékének megfelelő mennyiség.

A műszer **érzékenysége**: a kijelzés változása (mutató kitérésének megváltozása skálarészben) osztva a mért mennyiség értékének megváltozásával. Digitális kijelzésű műszernél ez az utolsó digitnek megfelelő mennyiség reciproka. (Pl. az ampermérő érzékenysége  $1 \cdot 10^3 \text{ A}^{-1}$ , ha skálája 1 mA beosztású, vagy ha az utolsó leolvasható digit 0,001 A.

A műszerek a leolvasási hibától eltekintve sem abszolút pontosak. A műszer skáláján általában feltüntetik a műszer pontossági osztályát. Ez 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 5 lehet. Ezek a számok a végkitérés (méréshatár) százalékában adják meg a műszer maximális abszolút értékű hibáját. A hibahatárt a gyártó cég csak a referenciafeltételek fennállása esetén garantálja. A referenciafeltételekről, melyek tartalmazhatják a hőmérsékletet, a műszer helyzetét, váltóáram esetén a frekvenciát stb., az MSz 808 szabvány rendelkezik.

### A műszereken található leggyakoribb jelek:

— egyenáramú műszer DC (direct current)

~ váltóáramú műszer AC (alternating current)

 helyzetjelzés: vízszintes

 függőleges

 60° -os

② a műszer pontossági osztálya

☆ a feszültségpróba jele. A beírt szám a feszültséget jelenti; ha nincs szám, a feszültségpróba 500 V-on történt

 Deprez- (forgó tekercses) műszer

 nullapont állító