

## 5. EGYENÁRAM

### Előismeret:

Elektromos áram, potenciál, feszültség, ellenállás. Az Ohm-törvény. Ellenállások soros és párhuzamos kapcsolása. Kirchhoff-törvények. Áramkörszámítás. Az elektromos áram teljesítménye.

Telep elektromotoros ereje és belső ellenállása, kapocsfeszültség.

Műszerek bekötése, belső ellenállása.

Potenciométer működési elve.

Hibaszámítás. Egyenes illesztés a legkisebb négyzetek módszerével (ld. az 1. mérés leírását!)

### A gyakorlat célja:

Ismerkedés az áram- és feszültségmérő műszerekkel és a műszerjellemzőkkel (méréshatár, pontosság, belső ellenállás). Feszültségosztó működése.

### A szükséges eszközök és a kapcsolási rajzokon alkalmazott jelölésük:

- **T** Tápegység

Kb. 6 V egyenfeszültséget szolgáltató reális feszültségforrás. A tápegységeket egy központi egyenfeszültségű tápegységről üzemeltetjük.

- **M** Digitális kijelzésű univerzális mérőműszer

Mindig a lehető legkisebb méréshatáron mérjünk, de mérési sorozat felvétele közben ne változtassuk a méréshatárt, mert ezzel megváltozik a műszer belső ellenállása, és ez befolyásolhatja a mérési eredményt!

- **H** Helipot

A potenciométer egy hárompólus: egy olyan ellenállás, aminek nem csak a két végén van egy-egy kivezetése, hanem van egy harmadik is –a csúszó érintkező, röviden „csúszka”–, amelynek helyzete állítható a potenciométer két vége között tetszőleges helyzetbe. A csúszó érintkező a teljes ellenállást két részre osztja,

melyek összege a potenciométer összellenállása:  $R_1 + R_2 = R_H$ ; vagyis a potenciométer úgy képzelhető el, mintha két ellenállásunk lenne (ld. az ábra jobb oldalát).

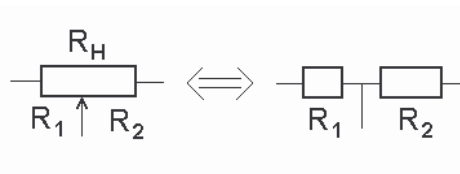
A helipot olyan potenciométer, ahol a csúszó egy henger palástján, csavarvonalban halad, ami pontosabb állítást tesz lehetővé.  $R_H$  a helipot összellenállása. A helipot 10 fordulatú, 100-as osztású (azaz 0-tól 1000-ig állítható) értékállítóval -ún. mikrodiállal- van ellátva, az ezen leolvasott 'n' skálárésszel egyenesen arányos a helipot egyik (0-hoz kötött) vége és a csúszója közötti ellenállás,  $R_1$ :

$$R_1 = \frac{n}{1000} \cdot R_H$$

A helipot panelra van szerelve. Az egymás alatti kivezetések össze vannak kötve a panel hátoldalán, hogy megkönnyítsék az elágazások szerelését. A szélső kivezetések a helipot végpontjaihoz, a középső kivezetések a helipot csúszójához csatlakoznak.

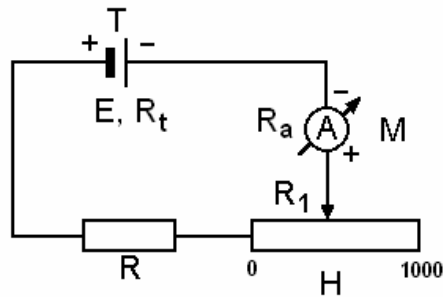
- **R** Állandó ellenállások

- **Mérőzsinórok**



## Mérési feladatok

### 1. Soros áramkörszabályozás



1. ábra. Soros szabályozás

A helipot értékállítóját tekerve megváltozik a helipot áramkörbe bekötött  $R_1$  ellenállása, és ezzel az áramkör összellenállása. Ezzel tudjuk szabályozni az  $R$  ellenálláson átfolyó áram nagyságát (és a rajta eső feszültséget és a teljesítményt). Az áramkörben folyó áram:

$$I(R_1) = \frac{E}{R_1 + R_m + R}, \quad (1)$$

ahol  $R_m = R_t + R_a$ , a tápegység és a mérőműszer belső ellenállásának összege.

#### **Feladat:**

- Állítsuk össze az 1. ábrán látható kapcsolást! ( $R$  számjeles ellenállás legyen.)
- Az  $R_1$  ellenállás változtatásával (a helipot értékállítójának forgatásával) változtassuk az áramkörben folyó áramot és mérjük 11 különböző  $R_1$  értéknél! Az adatokat írjuk a mérésvezető által kiosztott táblázatba.

#### **Kiértékelés:**

- Számoljuk ki az  $R_1$  és  $1/I$  értékeket!
- Ábrázoljuk  $1/I$ -t  $R_1$  függvényében!
- Határozzuk meg a körben lévő tápegység  $E$  elektromotoros erejét, és a tápegység és a műszer együttes belső ellenállását,  $R_m$ -et, (1) linearizálásával:

(1) átalakításával látjuk, hogy az áram reciproka  $R_1$ -nek lineáris függvénye:

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{E}R_1 + \frac{R + R_m}{E} \quad (2)$$

Az  $1/I - R_1$  függvény meredeksége az elektromotoros erő reciproka,  $a = 1/E$ ,  
tengelymetszete pedig  $b = (R_m + R)/E$ .

Az egyenes paramétereit a *legkisebb négyzetek módszerével* határozzuk meg!

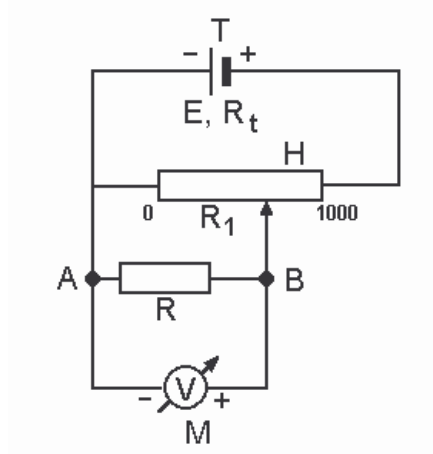
- Tüntessük fel az a,b paraméterű egyenest az  $1/I - R_1$  grafikonon!
- Számoljuk ki  $E$  és  $R_m$  értékét az a,b paraméterekből!

**Beadandó:** az  $R_1 - I - 1/I$  táblázat, az  $1/I - R_1$  grafikon a mért eredményekkel és az a,b paraméterű egyenessel, valamint az  $E$  elektromotoros erő és  $R_m$ , a belső ellenállások összege.

#### **Szorgalmi feladat:**

Határozzuk meg  $E$  és  $R_m$  értékét az  $I(R_1, E, R_m)$  hiperbola illesztésével!

## 2. Potenciometrikus feszültszabályozás



2. ábra. Potenciometrikus feszültszabályozás

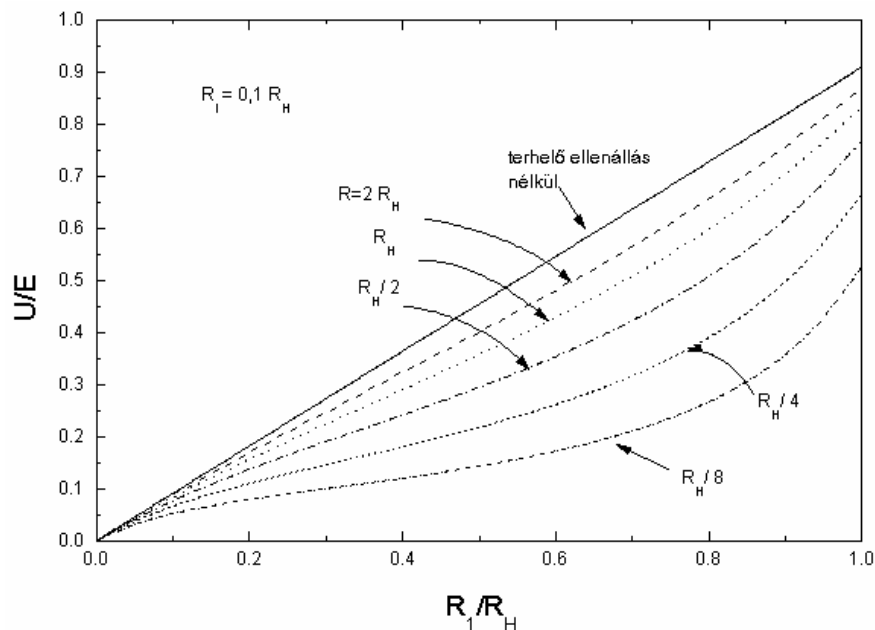
Az A, B pontok közé kötött R ellenálláson eső  $U_{AB}$  feszültséget (és a rajta átfolyó áramot és a teljesítményt) szabályozzuk a vele párhuzamosan kötött helipot segítségével. Ezt a feszültséget fejezzük ki az R ellenállás és a helipot 0 pont és csúszka közötti  $R_1$  ellenállása függvényeként:

$$U_{AB}(R_1, R) = E \frac{\frac{R_1 R}{R_1 + R}}{\frac{R_1 R}{R_1 + R} + (R_H - R_1) + R_t} \quad (3)$$

Itt  $R_t$  a tápegység belső ellenállása. A voltmérőt ideálisnak tekinthetjük.

Az A, B pontok közti feszültség adott R-nél a helipot  $R_1$  ellenállásának növelésével monoton, de nem lineárisan nő. Minél nagyobb az R terhelő ellenállás értéke, annál jobban megközelíti a függvény az egyenest, amit akkor kapunk, ha R értéke "végtelen" nagy:

$$U_{AB}(R_1, \infty) = E \frac{R_1}{R_t + R_H} \quad (4)$$



**Feladat:**

- Állítsuk össze a 2. ábrán feltüntetett kapcsolást! R betűjeles ellenállás legyen.
- Mérjük az R állandó ellenálláson eső feszültséget 15 különböző  $R_1$  értéknél!  $U_{AB}(R_1, R)$
- Távolsítsuk el a terhelő R ellenállást (ezzel az R ellenállás értékét "végtelenre" növeltük) és mérjük meg az  $U_{AB}$  feszültséget a táblázatban megjelölt mikrodiálállásoknál!  $U_{AB}(R_1, \infty)$

**Kiértékelés:**

- Ábrázoljuk a mért  $U_{AB}(R_1, R)$  és  $U_{AB}(R_1, \infty)$  értékeket az  $R_1$  ellenállás függvényében!
- Számítsuk ki a telep  $R_t$  belső ellenállását a terheletlen esetben mért három  $U_{AB}(R_1, \infty)$  értékből a legkisebb négyzetek módszerével, felhasználva az E elektromotoros erőnek az előző feladatban meghatározott értékét!

Vigyázat: mivel *tudjuk*, hogy az egyenes tengelymetszete zérus, a meredekségre most nem ugyanaz a képlet alkalmazandó, mint amikor a tengelymetszet nem zérus! (Vezessük le a megfelelő képletet!)

- Számoljuk ki az ampermérő belső ellenállását az előző feladatban kiszámolt  $R_m$ -et felhasználva.

**Beadandó:** a mérési eredmények táblázatosan és grafikusan ( $R_1$ ,  $U_{AB}(R_1, R)$ ,  $U_{AB}(R_1, \infty)$ ), valamint a telep  $R_t$  belső ellenállása és végül  $R_a$ , az ampermérő belső ellenállása.

## Szorgalmi feladat:

### 5.3. Kompenzáció

#### A gyakorlat célja:

A kompenzáció elvét használó feszültségmérés elvének megismerése és alkalmazása.

Voltmérővel úgy mérjük meg egy tetszőleges AB kétpóluson eső  $U_{AB}$  feszültséget, hogy párhuzamosan kötjük a voltmérőt a mérendő hálózatrésszel (az A és B pontok közé). A voltmérő véges  $R_v$  ellenállása most része lesz az áramkörnek, egy új ágat nyitunk az AB kétpólussal párhuzamosan, az áramkör megváltozik, és így a mért feszültség különbözni fog attól az  $U_{AB}$  értéktől, melyet mérni akartunk. A hiba annál kisebb, minél nagyobb a voltmérő belső ellenállása. Ideális voltmérő belső ellenállása végtelen. A Deprez-rendszerű analóg műszerek alapműszerének belső ellenállása 1 V méréshatárnál 500-1000 ohm. A mérésnél használt digitális voltmérőnk belső ellenállása kb. 50 MΩ.

Az olyan aktív kétpóluson, melynek nagy a belső ellenállása, vagy csak nagyon kis áramerősséggel terhelhető, különben „kimerül” (pl. elektrokémiában az elektródpotenciálok mérésénél), olyan módszert kellene választani feszültségméréshez, melynél nem folyik áram a mérendő feszültségforráson keresztül. Erre ad lehetőséget a **kompenzációs elv**, amikor a mérendő feszültséget egy ismert, standard feszültséggel hasonlítjuk össze. Ha egy hurokba két azonos elektromotoros erejű telepet kötünk egymással szembe, akkor a hurokban nem folyik áram. A kompenzációs feszültségmérés azt jelenti, hogy a mérendő feszültségforrással szembe egy változtatható feszültségű forrást kötünk, melynek a feszültségét úgy állítjuk be, hogy az áramerősség nulla legyen. Hogy valósítjuk meg ezt a gyakorlatban?

Az előbb láttuk, hogyan lehet potenciométerrel feszültséget szabályozni. Kössünk egy telepet a potenciométer két végéhez, akkor a potenciométer zérus pontja és a csúszó egy változtatható feszültségű forrásnak felel meg. Ezekhez a pontokhoz kapcsoljuk a mérendő feszültségforrás AB sarkait úgy, hogy a körbe még egy érzékeny árammérő műszert (galvanométert) iktatunk be. **Vigyázzunk, hogy a telep és a mérendő feszültségforrás azonos előjelű pólusai érintkezzenek!** A csúszó helyének változtatásával elérhetjük, hogy a galvanométer zérus áramot mutasson: ekkor a csúszó és a 0 pont közötti feszültség megegyezik a mérendő feszültségforrás  $U_{BA}$  feszültségével. Ezt a feszültséget kiszámolhatjuk az  $R_1$  ellenállás és a T telepen folyó áram,  $I_s$  segítségével:  $U_{C0} = R_1 I_s$ .

$I_s$  független a mérendő feszültségtől a kompenzált állapotban (azaz amikor a galvanométeren nem folyik áram).

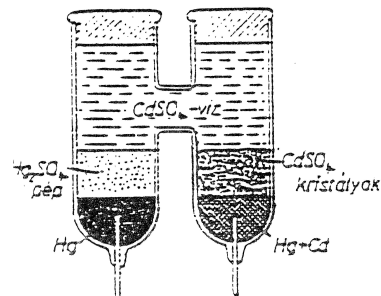
$I_s$ -t a segédtelep  $\epsilon_s$  elektromotoros ereje és a segédáramkörben lévő eredő ellenállás határozza meg; az utóbbi magába foglalja a helipot  $R_H$  ellenállása mellett a telep  $R_t$  belső ellenállását is, mely azonban általában nem ismert:

$$I_s = \frac{\epsilon_s}{R_H + R_t}$$

$I_s$ -t meghatározhatjuk viszont egy ismert elektromotoros erejű feszültségforrás segítségével, pl. *Weston-féle normálemmel*.

#### Weston-féle normálem

Feszültségétalonként használatos kadmium-normálem, melynek elektromotoros ereje csak kissé függ a hőmérséklettől, 20 °C-on 1,01865 V. Speciális felépítése miatt gyakorlatilag sohasem "merül ki", mivel nempolározódó elektródokkal rendelkezik. (Anódja  $Hg_2SO_4$  péppel fedett higany, a katód kadmium amalgám  $CdSO_4$ -tal fedve, az elektrolit kadmiumsulfát telített vizes oldata). Csak 10  $\mu A$ -nél kisebb áramerősséggel terhelhető.



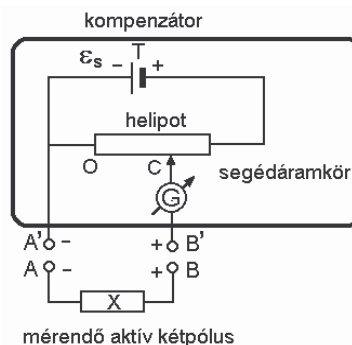
A Weston-féle normálem felépítése

Legyen a normálem feszültsége  $\epsilon_0$ . Kössük az ismeretlen kétpólus helyére, és kompenzáljuk ki a kört. Legyen ekkor az  $R_{OC}$  ellenállás értéke  $R_0$ ; ekkor

$$U_{OC}(\text{normálem}) = \epsilon_0 = I_s R_0.$$

Kössük most az ismeretlen feszültségű AB kétpólust a kompenzátorra. Kompenzáljuk ki az áramkört. A helipotról leolvasható ellenállás legyen most  $R_{OC} = R_x$ , és

$$U_{OC}(\text{ismeretlen}) = U_x = I_s R_x.$$



Állandó áramú (Poggendorf) kompenzátor

A két egyenletet elosztva  $I_s$  kiesik, és az ismeretlen feszültség

$$U_x = \varepsilon_0 R_x / R_0. \quad (5)$$

A helipot ellenállása arányos a leolvasható skálárészekkel,  $n$ -nel. Ha a normálem esetében  $n_0$  skálárésznél állt a csúszka a kompenzált állapotban, az ismeretlen feszültség mérésénél pedig  $n_x$ -nél, akkor a meghatározandó feszültség

$$U_x = \frac{n_x}{n_0} \cdot \varepsilon_0. \quad (6)$$

### Eszközök

- A segédáramkörben alkalmazandó feszültségforrás.
- $R_H = 1$  k $\Omega$  ellenállású,  $n = 1000$  beosztású értékállítóval ellátott helipot.
- Kiiktatható védőellenállással ellátott galvanométer.
- Weston-féle normálem.
- Ismeretlen elektromotoros erejű és belső ellenállású telep.
- Egy ismert ellenállás és egy zseblámpaizzó.
- Műszerzsínórok.

### A mérés kivitelezése

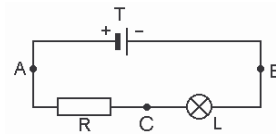
a.) Állítsuk össze az ábra szerint az állandó áramú kompenzátort úgy, hogy a helipot "0" pontja a segédtelep negatív pólusával legyen összekötve. Ekkor a helipot csúszójának "0" helyzetében  $U_{AB} = 0$ .

b.) Hitelesítsük a kompenzátort a Weston-elemmel. Kapcsoljuk az elem negatív sarkát a B ponthoz, pozitív sarkát a galvanométerhez, és a csúszó változtatásával keressük meg az árammentes állapotot. Ekkor iktassuk ki a galvanométer védőellenállását, és ebben az érzékeny állapotban kompenzáljuk ki az áramkört. Olvassuk le az értékállítón a csúszka helyzetét, és jegyezzük fel  $n_0$ -t. Ismételjük meg 5-ször a mérést.

c.) Most kössük az ismeretlen elektromotoros erejű telepet össze a kompenzátorral, figyelve a polaritásra! Itt is keressük meg az árammentes állapotot és olvassuk le az a csúszó helyzetét az értékállítón ( $n_x$ ). Ezt a mérést is 5-ször ismételjük.

d.) Kössük a telepre az izzót és az egyik ellenállást egymással sorba kötve (2.3 ábra).

Mérjük meg az  $U_{AB}$  kapocsfeszültséget,  
az ellenálláson eső  $U_{AC}$  és  
az izzólámpán eső  $U_{CB}$  feszültséget.



2.3 ábra. Az összeállítandó áramkör

A kompenzátorral sem tudunk tökéletes árammentességet biztosítani, a galvanométer leolvasási hibájánál kisebb áram még folyhat az áramkörben. Ez  $\mu A$  nagyságrendű.

### Kiértékelés:

Határozzuk meg  $n_0$  és  $n_x$  átlagát és hibáját. Számítsuk ki az  $\varepsilon_x$  elektromotoros erőt az (5) képlettel, valamint  $\varepsilon_x$  hibáját az  $n_0$  és  $n_x$  mérésének hibájából. Ha a méréssorozat kiértékelésénél fél skálárésznél kisebb hibát kaptunk, számoljunk fél skálárész leolvasási hibával!

Az ellenállás értékének ismeretében számítsuk ki az izzólámpán folyó áramot és a telep belső ellenállását.

## Kérdések, gyakorló feladatok

Igaz-e, hogy\*

- a laposelem feszültsége független attól, hogy milyen áramkörbe van bekötve?
- az ampermérőt sorosan kell bekötni?
- két ellenállás soros eredője mindig nagyobb, mint közülük a nagyobb ellenállás értéke?
- két ellenállás párhuzamos eredője mindig kisebb, mint közülük a kisebb ellenállás értéke?
- egy potenciométer két oldala ellenállásának összege a csúszka helyzetétől független állandó érték?
- egy telep sarkain mérhető feszültség nem lehet nagyobb a telep elektromotoros erejénél?
- egy reális (azaz nem zérus belső ellenállású) feszültségforrásra rákötve egy változtatható ellenállást, az ellenálláson a teljesítmény csökkeni fog az ellenállás növelésével, mert kisebb áram folyik át rajta?
- négy darab 10 ohmos ellenállást össze lehet úgy kapcsolni, hogy az eredő 10 ohmos legyen?
- két ellenállás párhuzamos eredője a kisebb és a nagyobb ellenállás érték közé esik?
- soros áramkörszabályozásnál a kör ellenállásának növelésével növeljük a körben folyó áramot?
- három párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredője kisebb a legnagyobbánál, de nagyobb a legkisebbnél?
- voltmérőt párhuzamosan kell bekötni arra két pontra, ami között mérni akarjuk a feszültséget?
- egy telep kapocsfeszültsége (azaz a sarkain mérhető feszültség) csökken, ha a kör ellenállását úgy változtatjuk, hogy a telepen átfolyó áram nőjön?

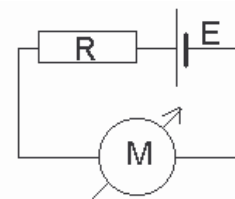
\*A válaszokhoz indoklást is kérünk!

**E1)** A telep elektromotoros ereje  $E = 10 \text{ V}$ , belső ellenállása  $2 \Omega$ ;  $R = 88 \Omega$ ;

M egy univerzális V-A- $\Omega$  mérő digitális műszer.

a) Mit mutat voltmérőként bekötve? (Ilyenkor a belső ellenállása végtelennek tekinthető.)

b) És mekkora áramerősséget mutat, ha ampermérőként kötjük be és 200 mA-es méréshatárú árammérő állásba kapcsoljuk, ha ekkor a belső ellenállása  $10 \Omega$ ?



*Megoldás:*

a) Ha M ideális voltmérő, akkor nem folyik áram a körben, és a műszer a telep elektromotoros erejét mutatja, azaz  $10 \text{ V}$ -ot

b) Ekkor a körben folyó áram

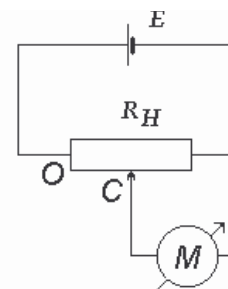
$$I = 10 / (2+88+10) = 0,1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$$

**E2)** A telep elektromotoros ereje  $E = 10 \text{ V}$ , belső ellenállása elhanyagolható.

A potenciométer összellenállása  $1000 \Omega$ .

A csúszó a potenciométer felénél áll.

Mit mutat az univerzális műszer voltmérőként, illetve ampermérőként kapcsolva, ha mindkét esetben ideális műszernek tekinthető?



*Megoldás:*

Voltmérőként:

ideális voltmérőn nem folyik áram, vagyis most áram csak a potenciométeren folyik:

$$10 \text{ V} / 1000 \Omega = 0,01 \text{ A.}$$

A műszer a potenciométer felén eső feszültséget mutatja:  $U = 500 \cdot 0,01 = 5 \text{ V}$ .

Ampermérőként:

ideális ampermérő ellenállása zérus, vagyis most rövidere zárja a vele párhuzamosan kötött potenciométer-részt, azon nem folyik áram.

Így a körben folyó áram:  $10 \text{ V} / 500 \Omega = 0,02 \text{ A}$ .

**E3)**  $R_H = 2000 \Omega$ ,

$R = 1200 \Omega$ ,

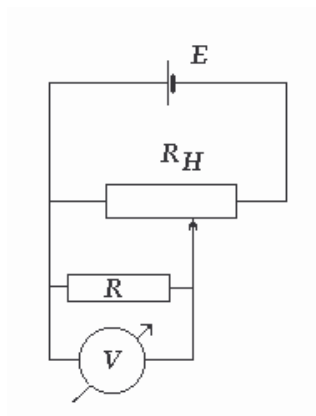
$E = 4,2 \text{ V}$ ,

a telep belső ellenállása elhanyagolható,

a voltmérő ideális.

A voltmérő  $1,2 \text{ V}$  feszültséget mutat.

Hol áll a potenciométer csúszója?



*Megoldás:*

Az  $R$  ellenállás párhuzamosan van kötve a potenciométer  $R_1$  ellenállású darabjával, és ez sorosan a potenciométer maradék ( $R_H - R_1$  ellenállású) részével; ezzel az eredő ellenállással osztva  $E$ -t megkapjuk a telepen folyó áramot,

abból pedig a voltmérőn eső feszültség a párhuzamos eredővel való szorzással kapható meg:

$$1,2 = \frac{\frac{R R_1}{R + R_1}}{\frac{R R_1}{R + R_1} + R_H - R_1} \cdot 4,2 \Rightarrow R_1 = 800 \Omega, \text{ a csúszó } n = \frac{800}{2000} \cdot 1000 = 400\text{-on áll}$$

**E4)** A telepek és az ampermérő belső ellenállása elhanyagolható,

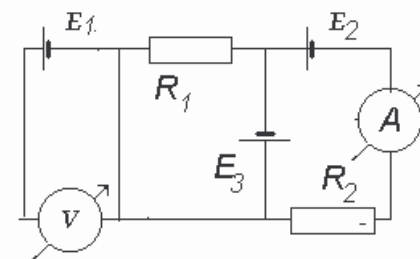
a voltmérő belső ellenállása pedig végtelennek tekinthető.

$E_1 = E_2 = 1,5 \text{ V}$ ,

$E_3 = 4,5 \text{ V}$ .

$R_1 = R_2 = 1000 \Omega$ .

Mekkora feszültség- illetve áramértéket mutatnak a műszerek?



*Megoldás:*

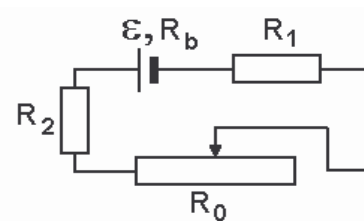
A voltmérő az  $E_1$  telep elektromotoros erejét mutatja, vagyis  $1,5 \text{ V}$ -ot (mert a közvetlenül rá van kötve a telep sarkaira).

Az ampermérőn átfolyó áram

$$I = (E_2 + E_3) / R_2 = 6 \text{ mA}.$$

**E5)** Van egy  $E = 24 \text{ V}$  elektromotoros erejű és  $R_b = 100 \Omega$  belső ellenállású telepünk, valamint egy  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ -os fogyasztónk.

Mekkora  $R_0$  összellenállású potenciométerre és  $R_2$  sorba kötött ellenállásra van szükség, ha azt akarjuk, hogy a fogyasztón - soros szabályozásnál - az áramerősség  $I_{\max} = 6 \text{ mA}$  és  $I_{\min} = 1 \text{ mA}$  között változzon?





*Megoldás:*

A potenciométer csúszójának változtatásával az áramerősség

$$I_{\max} = E / (R_b + R_1 + R_2) \quad \text{és} \quad I_{\min} = E / (R_b + R_1 + R_2 + R_0) \quad \text{között változik.}$$

A számértékeket behelyettesítve

$$\underline{R_2 = 2900 \, \Omega, \quad R_0 = 20 \, \text{k}\Omega .}$$

**E6)**  $R_0 = 10 \, \text{k}\Omega$  összellenállású,  $P = 10 \, \text{W}$  terhelhetőségű potenciométerrel potenciometrikusan szabályozzuk a feszültséget egy  $R = 5 \, \text{k}\Omega$  ellenállású fogyasztón. Mekkora feszültséget kapcsolhatunk maximálisan a potenciométerre?

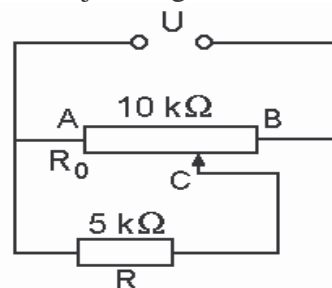
*Megoldás:* A feszültségszabályozást az ábrán látható kapcsolással valósítjuk meg:

A potenciométer terhelhetősége az áramerősségre ad korlátot:

$$I_{\max} = \sqrt{P / R_0} = 31,6 \, \text{mA}$$

A potenciométernek azon a részén folyik nagyobb áram, mellyel nincs párhuzamosan kötve a fogyasztó.

$$I_{CB} = \frac{U}{(10 - R_p) + \frac{5 R_p}{5 + R_p}} < 31,6 \, \text{mA}$$



$I_{CB}$  maximális, ha az eredő ellenállás (a nevező) minimális, és ez akkor következik be, amikor a csúszó a B pontot éppen eléri,  $R_p = R_0 = 10 \, \text{k}\Omega$ .

Így a potenciométerre kapcsolt feszültség legfeljebb 105,3 V lehet.

**E7)** \* Számítsuk ki, potenciometrikus feszültségszabályozásnál legalább milyen nagy értékűnek kell lennie az  $R$  ellenállásnak adott  $R_H$  és  $R_t$  esetén, hogy az  $U_{AB}$  feszültség értéke legfeljebb 10 %-kal különbözzön az ugyanúgy beállított helipottal terheletlen esetben kapott feszültségtől?

Milyen feltétellel lesz a relatív feszültségváltozás maximális értéke 10 %-nál kisebb tetszőleges  $R_1 < R_H$  esetén?

*Megoldás:*

$$\text{A relatív feszültségváltozás} \quad \delta U = \frac{U_{AB}(R_1, \infty) - U_{AB}(R_1, R)}{U_{AB}(R_1, \infty)} \quad (*)$$

$U_{AB}(R_1, \infty)$  és  $U_{AB}(R_1, R)$  értékét (3)-ból és (4)-ből behelyettesítve, egyszerűsítés után

$$\delta U = \frac{R_1 (R_1 - R_t - R_H)}{(R + R_1)(R_t + R_H) - R_1^2},$$

amelyet  $R_1$  szerint deriválva, a szélsőérték helye  $R_{1\max} = (R_t + R_H) / 2$ .

Ezt az értéket (\*)-ba helyettesítve, a  $\delta U < 0,1$  feltételből  $R = \frac{9}{4} (R_t + R_H)$  adódik.