NÉV:

K1A zh3 2011. dec. 6. megoldások

Az összes feladatban $g \approx 10\ m/s^2$

1. A Mikulás egy jó nagy zsáknyi csokoládét akar kézbesíteni Andriséknak, akik sokan vannak testvérek és egy tanyán laknak az Alföldön. Sajnos nem tud időt szánni arra, hogy benézzen hozzájuk, sőt, még arra sincs ideje, hogy leszálljon a szánkójával, ezért ki akarja számolni, hogy hol kell kidobnia a csomagot a repülő szánkójából, hogy az pont Andrisék házánál érjen földet. A szánkója 300 m magasságban vízszintesen repül Andrisék háza felé állandó 90 km/h sebességgel. Mikulás a szánkóhoz képest 5 m/s sebességgel előrefelé fogja eldobni a zsákot.
a) Mennyivel Andrisék háza előtt kell kidobnia a zsákot?
b) A szánkón már nem sok csomag van, maga a szánkó pedig nagyon könnyű, és Mikulás is elég sokat leadott már a nagy rohangálásban. Így amikor Mikulás kidobja Andriséknak a zsákot, ezzel a továbbrepülő tömeghez képest jelentős tömeget dob ki, emiatt megváltozik a szánkó sebessége is. Mennyivel?
A tömegek: Mikulás 56 kg, szánkó 24 kg, Andrisék zsákja 32 kg, a maradék zsákok 68 kg.

MO.
a) A zsák mozgása egy H = 300 m magasságról induló vízszintes kezdősebességű hajítás. Mivel a zsák a szánkóval $v_{sz,0}$ = 90 km/h = 25 m/s vízszintes sebességgel mozgott és ehhez képest volt 5 m/s-mal előre felé kidobva, a zsák vízszintes kezdősebessége v_{x0} = 30 m/s. Függőleges kezdősebessége zérus. A zsák t idő elteltével megérkezik Andrisék házához, aminek z koordinátája zérus, x koordinátája pedig a D keresett távolság. Tehát
$z = z_0 + v_{z0}\,t + ½\, a_z\, t^2 = H – ½\, g\, t^2 = 300 – ½ \cdot 10\, t^2 = 0$
$x = x_0 + v_{x0}\,t + ½\, a_x\, t^2 = v_{x0}\,t = 30\, t = D$
Az első egyenletből látjuk, hogy a zsák t ≈ 7,746 s alatt ér földet, ez alatt D = 232,38 m-t tesz meg vízszintesen, tehát a zsákot 232 m-rel előbb kell kidobni.
b) Amikor Mikulás kidobja a zsákot, csak belső erő hat az m_{zs} = 32 kg tömegű zsák és a maradék továbbrepülő M = 56+24+68 = 148 kg tömeg között, így érvényes az impulzus-megmaradás. Eldobás előtt az M + m_{zs} összes tömeg sebessége $v_{sz,0}$ = 25 m/s volt, eldobás után az m_{zs} tömeg sebessége v_{x0} = 30 m/s, ebből kiszámítható az M tömeg sebessége:
$(M + m_{zs}) \cdot v_{sz,0} = m_{zs} \cdot v_{x0} + M \cdot v$: $180 \cdot 25 = 32 \cdot 30 + 148 \cdot v$ $\rightarrow$ $v \approx 23{,}9$ m/s
A továbbrepülő szánkó sebessége tehát v = 23,9 m/s = 86 km/h-ra csökkent.

2. Mikulás szánja már majdnem kiürült, de még egy kis üreges csokimikulást oda akar adni Sárának. Megintcsak nincs ideje arra, hogy leszálljon a szánkóval, ezért csak leugrik az erkélyükre letenni a csokimikulást. A szánjával megáll pontosan az erkély fölött 120 m-rel és kiveti magát, függőlegesen lezuhan az erkélyre, és miközben visszapattan, gyorsan kiteszi a csokimikulást. A visszapattanása sajnos nem teljesen rugalmas, hanem az erkéllyel való ütközéskor elveszíti a mozgási energiájának 20 %-át.
a) Segítsünk neki kiszámolni, hogyan programozza be a szánkóján a robotpilótát, hogy milyen magasságra álljon át a szánkója ahhoz, hogy Mikulás a visszapattanása után a pályája legfelső pontján be tudjon szállni!
b) Számoljuk ki a következő mennyiségeket: a Mikulás sebessége és mechanikai energiája
a zuhanás megkezdésekor;
a zuhanás fele magasságában;
az erkélyre való megérkezésekor;
az erkélyről való visszapattanásának kezdetekor.

MO.

NÉV:

a) Egyszerűbb ezt a kérdést energia-megmaradással számolni, ahogy ezt majd a b) részben látni fogjuk. De számoljuk ki energia-megmaradás nélkül:
Mikulás szabadeséssel zuhan 120 m-t, azaz $z = 120 - ½ g t^2 = 0 \rightarrow t = \sqrt{24} \approx 4{,}9$ s alatt ér le az erkélyre, és ekkor a sebessége $v_1 = gt = 10\sqrt{24} \approx 49$ m/s (ez 176 km/h…) ,
a mozgási energiája $E_{k1} = ½ \cdot m v_1^2 = ½ \cdot 56 \cdot (10\sqrt{24})^2 = 67200$ J.
Ennek 20 %-át elveszti, azaz marad $E_{k2} = 0{,}8\ E_{k1} = 0{,}8 \cdot 67200 = 53760$ J,
amiből a sebessége $v_2 = 8\sqrt{30} \approx 43{,}8$ m/s,
ilyen kezdősebességgel a hajítás magassága $z_{max} = v_2^2 / (2g) = (8\sqrt{30})^2/20 = 96$ m.
Ez pont 80 %-a a 120 m-nek!
b) Mikulás mechanikai energiájának kiszámolásához meg kell választani a helyzeti energia zéruspontját. Célszerű az erkély magasságát választani.

3. Mikulás csúszik lefelé egy hosszú egyenes lejtőn. Mivel sílécen csúszik, a súrlódási erőt elhanyagolhatjuk, viszont a kabátja nagyon fogja a szelet, ezért hat rá a sebességének négyzetével arányos fékezőerő: $F = kv^2$, ahol $k = 0{,}9$ kg/m.
A lejtő hajlásszöge 24°, Mikulás a sílécével, sícipővel együtt 60 kg.
a) Mennyi lesz Mikulás állandósult sebessége?
b) A lejtő véget ér, Mikulás vízszintesen csúszik tovább. Itt már nem hanyagolható el a súrlódás, $\mu = 0{,}08$ a súrlódási együttható a síléce és a talaj között. Viszont Mikulás most összefogja a kabátját, így a légellenállás már nem fékezi őt. A lejtő aljától 120 m-re van egy kocsma. Eljut-e addig Mikulás a sílécén? (Amikor a lejtőről a vízszintesre jut, nem veszít a sebességéből.)

4. Mikulás és Krampusz összevesztek azon, hogy ha a szánkójukkal fel tudnának repülni olyan magasra, ahol a Föld felszíne fölött pont földsugárnyi magasságban vannak, akkor milyen képlettel lehetne kiszámolni egy csomag helyzeti energiáját. Mikulás azt mondja, hogy ugyanazzal, mint amivel a lakóházaknál szoktak számolni, Krampusz pedig azt mondja, hogy ez már sokkal nagyobb távolság, és ezt figyelembe kell venni, más lesz a képlet is és más érték is jön ki. Milyen képlettel számol Mikulás ill. Krampusz? Mi jön ki Mikulásnak ill. Krampusznak egy 32 kg-os zsák helyzeti energiájára földsugárnyi magasságban?
($\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3 kg^{-1} s^{-2}$, $M_{Föld} = 6 \cdot 10^{24}$ kg)