7. OPTIKA II.
Fizikai optika, hullámoptika

A fényforrások időben és térben változó elektromágneses teret keltenek maguk körül. Ez az elektromágneses tér hullám alakjában terjed, az **E** elektromos és a **H** mágneses térerősség a fény terjedési irányára merőleges síkban harmonikus rezgést végeznek (vagyis a fény transzverzális hullám).
Egyes optikai jelenségek, mint a fénytörés és fényvisszaverődés, leírhatók pusztán a fény részecsketermészetével is (a fény hullámtermészetétől eltekintve). Vannak azonban olyan kísérletek, amelyek csak a fény hullámtermészetével magyarázhatók: ilyen az elhajlás (diffrakció), az interferencia, ill. a polarizáció jelensége; ezekkel foglalkozik a hullámoptika, avagy fizikai optika.

A fényforrások általában a tér minden irányába sugároznak, a fény a fényforrás közelében gömbhullámnak tekinthető. A fényforrástól távolodva a hullám görbülete csökken, a fényforrástól távol a hullám görbülete elhanyagolható lesz, ezért ott jó közelítéssel a fény síkhullámként írható le.
A fényforrástól távol, átlátszó, homogén, izotrop közegben az elektromágneses tér monokromatikus (egyetlen frekvenciával jellemezhető) síkhullámok összegére bontható.

1.1. Az E elektromos térerősség monokromatikus síkhullám esetén

Az elektromos térerősség a t idő és az **r** helyvektor függvénye:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi_0), \qquad (1)$$

ahol

$\mathbf{E}_0$ a síkhullám amplitúdója (az elektromos térerősség maximális értéke),

$$\varphi = \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi_0 \quad \text{a fázis,} \qquad (2)$$

amiben

ω a körfrekvencia: $\omega = 2\pi\nu$, ahol ν a frekvencia,

φ_0 a fázisállandó,

k a hullámszámvektor.

A hullám *terjedési iránya* megegyezik **k** vektor irányával.

A fény *transzverzális* hullám, $\mathbf{E}_0$ merőleges a terjedési irányra, így **k**-ra is. Az $\mathbf{E}_0$ vektor irányát tekintjük a *polarizáció irányának.*
Az (1) síkhullám térben és időben periodikus függvény.
Rögzített **r** helyen (**r** = konst.) az elektromos térerősség nagysága az időnek harmonikus függvénye:

mivel $\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}$ = konst. $\rightarrow$ a fázis $\varphi(t) = -\omega t + \varphi_0 + \text{konst.}$ $\rightarrow$ $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(-\omega t + \varphi_0 + \text{konst.})$

A *periódusidő*, T, az a legrövidebb idő, melynek elmúltával az adott helyen ugyanaz lesz a térerősség és a térerősség időderiváltja is, vagyis a T idő alatt 2π-vel változik a fázis:

$$\omega T = 2\pi, \quad \text{azaz } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\,\nu, \quad \text{ahol } 1/T = \nu \text{ a frekvencia.}$$

Rögzített t időben (t = konst.) az elektromos térerősség nagysága a helynek harmonikus függvénye:

mivel ωt = konst. $\rightarrow$ a fázis $\varphi(\mathbf{r}) = \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \varphi_0 + \text{konst.}$ $\rightarrow$ $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \varphi_0 + \text{konst.})$

A térbeli periódus a *hullámhossz* (λ), két szomszédos fázissík távolsága, melyeken a fázis 2π -vel különbözik:

$$k\,\lambda = 2\pi, \quad \text{azaz } \lambda = \frac{2\pi}{k}. \qquad (3)$$

Eszerint a **k** hullámszámvektor nagysága a hullámhossz reciprokával arányos, annak a 2π -szerese.

A *hullámfront* azoknak a pontoknak az összessége, melyeken a φ fázis értéke egy adott időpontban azonos. Emiatt (síkhullám esetén) a hullámfront minden pontjában ugyanaz a térerősség. A hullámfront egy adott pontja a hullámra jellemző terjedési sebességgel (fény esetén a fénysebességgel) mozog.

Az (1) alakú síkhullámok hullámfrontjai síkok, melyek egyenlete a t időpontban

$$\varphi(\mathbf{r},t) = \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \varphi_0 = \text{konst.}$$

Nézzük azt a speciális esetet, amikor a hullám az x tengely irányában terjed. Ilyenkor a hullámfront, azaz a fázissík egyenlete

$$\varphi(x,t) = kx - \omega t + \varphi_0 = \text{konst.}$$

Jelölje ezt a konstanst φ^*, azaz $kx - \omega t + \varphi_0 = \varphi^*$, amiből kifejezhetjük a φ^* fázisú hullámfront helyzetét az idő függvényében:

$$x = \frac{\omega}{k}t + \frac{\varphi^* - \varphi_0}{k},$$

azaz a front

$$v = \frac{\omega}{k} \tag{4}$$

sebességgel mozog az x tengely mentén, ez a fény terjedési sebessége az adott közegben.

(3) és (4) összevetésével kapjuk a fény λ hullámhossza, v terjedési sebessége és T periódusideje közötti összefüggést:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{1}{v} \quad \rightarrow \quad \lambda = v\,T, \tag{5}$$

vagyis a fázissík egy periódusidő alatt éppen egy hullámhossz távolságra jut el.
Vákuumban a terjedési sebesség c, azaz vákuumban a hullámfront egy periódusidő alatt $\lambda_0 = cT$ távolságot tesz meg, ez a vákuumbeli hullámhossz.

Ha a hullám egy más közegbe lép be, frekvenciája azonos marad, terjedési sebessége azonban változik a közeg optikai sajátságaitól függően. A vákuumbeli és közegbeli terjedési sebesség hányadosa a *törésmutató*:

$$n = c / v. \tag{6}$$

A törésmutató függ a frekvenciától (*diszperzió*): átlátszó közegben a frekvencia növekedésével kissé nő.
A hullámhossz közegről közegre változik:

$$\lambda = \frac{c}{n}\cdot T = \frac{\lambda_0}{n}, \tag{7}$$

a λ_0 vákuumbeli hullámhossz azonban éppúgy jellemzi a hullámot, mint a frekvencia.
A *látható tartományban* a λ_0 vákuumbeli hullámhossz 380 és 760 nm között van.

1.2. Interferencia

Interferencia *esetén azt tapasztaljuk, hogy a* megfelelő méretű réseken keresztül érkező, vagy egy optikai rácsról visszaverődő *fény sötétebb és világosabb foltokat hoz létre az ernyőn, vagyis a fény intenzitása változik a hely függvényében*. A fényintenzitás (I) az **E** elektromos térerősség abszolút érték négyzetének időátlagával arányos.

1.2.1. Monokromatikus síkhullámok interferenciája

A jelenség megértéséhez először azt vizsgáljuk meg, hogy egy adott pontban a rés, ill. rács különböző pontjaiból érkező hullámok által létrehozott eredő térerősség nagyságát hogyan befolyásolja az adott pontban találkozó hullámok fáziskülönbsége, majd hogy a létrejött fáziskülönbség hogyan függ a hullámok által (a réstől vagy rácstól az ernyőig) megtett úthossz különbségétől.

Tekintsünk két síkhullámot, melyek az x tengelyen azonos irányban haladnak, azonos frekvenciájúak ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), azonos irányban (pl. az y tengely irányában) polarizáltak, de a fázisállandójuk különböző: $\varphi_{10} \neq \varphi_{20}$. A két síkhullámban az y irányú térerősség

$$E_1 = E_{10}\sin(kx - \omega t + \varphi_{10}) \quad \text{ill.} \quad E_2 = E_{20}\sin(kx - \omega t + \varphi_{20}).$$

Az eredő térerősség $E = E_1 + E_2$. Beláthatjuk, hogy ez szintén síkhullám:

$$E = E_0 \sin(kx - \omega t + \varphi_0).$$

Az E_0 amplitúdó levezetéséhez alakítsuk át a függvényeket:

$$E_1 = E_{10}\cos(kx-\omega t)\cos\varphi_{10} - E_{10}\sin(kx-\omega t)\sin\varphi_{10}$$
$$E_2 = E_{20}\cos(kx-\omega t)\cos\varphi_{20} - E_{20}\sin(kx-\omega t)\sin\varphi_{20}$$
$$E = E_0\cos(kx-\omega t)\cos\varphi_0 - E_0\sin(kx-\omega t)\sin\varphi_0$$

$E_1 + E_2 = E$, ha

$$E_{10}\cos\varphi_{10} + E_{20}\cos\varphi_{20} = E_0\cos\varphi_0 \quad \text{és} \quad E_{10}\sin\varphi_{10} + E_{20}\sin\varphi_{20} = E_0\sin\varphi_0 .$$

Emeljünk négyzetre az egyenleteket, adjuk össze, alkalmazzuk, hogy $\sin^2\varphi_0+\cos^2\varphi_0=1$, majd vonjunk gyököt, így megkapjuk az eredő síkhullám amplitúdóját:

$$E_0 = \sqrt{{E_{10}}^2 + {E_{20}}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos(\varphi_{10} - \varphi_{20})}\ . \qquad (8)$$

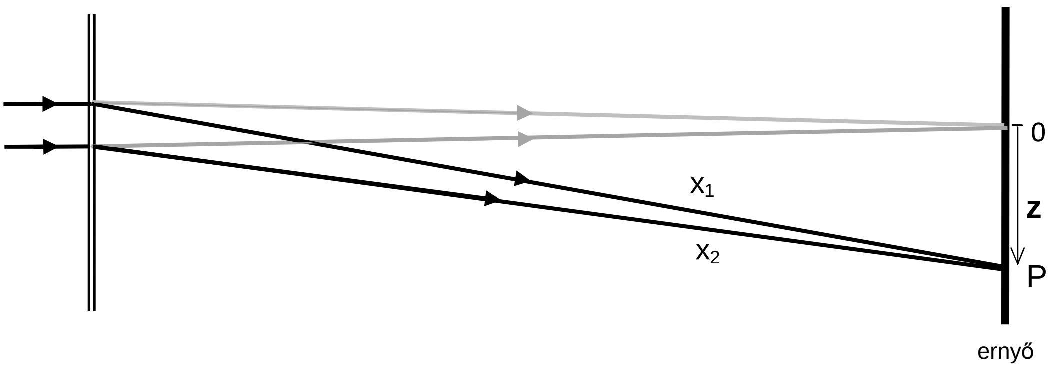
Látható, hogy E_0 függ a $\varphi_{10} - \varphi_{20} = \Delta\varphi$ fáziskülönbségtől:

az eredő amplitúdó

maximális, ha $\cos(\Delta\varphi) = 1$, vagyis $\boldsymbol{\Delta\varphi = m\cdot 2\pi}$, ahol m egész szám, és (9)

minimális, ha $\cos(\Delta\varphi) = -1$, vagyis $\boldsymbol{\Delta\varphi = (2m+1)\cdot\pi}$.

Interferencia esetén azért jön létre fáziskülönbség az ernyőre érkező hullámok között, mert különböző hosszúságú utat tettek meg a réstől vagy rácstól az ernyőig. Tekintsük az ernyő egy adott P pontját, és jelölje x_1 ill. x_2 ennek a távolságát a rés (vagy rács) 2 különböző pontjától (1. ábra).



1. ábra. Elhajlás kettős résen

A hullámok fázisa az ernyőn való találkozáskor

$$\varphi_1 = kx_1 - \omega t + \varphi_{10} \quad \text{ill.} \quad \varphi_2 = kx_2 - \omega t + \varphi_{20}\ ,$$

és a fáziskülönbség köztük

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k\cdot(x_1 - x_2) + (\varphi_{10} - \varphi_{20}) \qquad \text{(mivel a t idő megegyezik).}$$

Ha a résre vagy rácsra beérkező hullámok fázisállandója megegyezik (azaz $\varphi_{10} = \varphi_{20}$, ld.1.2.2. fejezet), akkor

$$\Delta\varphi = k\cdot(x_1 - x_2) = k\cdot\Delta x\ , \qquad (10)$$

vagyis a fáziskülönbség az úthossz-különbségtől függ. Az eredő térerősséget (és így a fény intenzitását is) az úthossz-különbség által létrehozott fáziskülönbség szabja meg. A rés vagy rács két rögzített pontjából az ernyő különböző pontjaiig a Δx úthossz-különbség pontról-pontra változik, ezért jönnek létre különböző intenzitású pontok az ernyőn, ebből következően erősítési ill. gyengítési helyek.

(10) és (3) felhasználásával kapjuk, hogy

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x = \frac{\Delta x}{\lambda}\cdot 2\pi\ , \qquad (11)$$

tehát az erősítés-gyengítés feltételét megfogalmazhatjuk a két hullám közötti Δx úthossz-különbségnek a hullámhosszhoz mért arányával is: (9) felhasználásával kapjuk, hogy két fényhullám maximálisan

erősíti egymást, ha $\frac{\Delta x}{\lambda} = m \;\rightarrow\; \mathbf{\Delta x = m \cdot \lambda}$,

vagyis az úthossz-különbség a hullámhossz egész számú többszöröse; illetve

gyengíti egymást, ha $\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{2m+1}{2} \;\rightarrow\; \mathbf{\Delta x = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}}$, (12)

vagyis az úthossz-különbség a félhullámhossz páratlan számú többszöröse.[1]

1.2.2. Koherencia

Az előbbi levezetésnél feltettük, hogy a beérkező hullámok fázisállandója megegyezik. A fényforrásokban a fény kibocsátása úgy történik, hogy a valamilyen módon magasabb energiaállapotokba gerjesztett atomok vagy molekulák egy fotont emittálnak, miközben a gerjesztett állapotból az alapállapotba vagy alacsonyabb energiájú állapotba kerülnek. A foton kibocsátása az átmenet alatt, véges ideig történik, ezért a foton egy véges hullámvonulat, véges hossza van. Egy közönséges fényforrásnál a következő foton fázisállandója nem egyezik meg az előzőével, a kibocsátott fotonok – elemi hullámvonulatok – fázisa időben véletlenszerűen változik.

*Koherens*nek nevezzük az olyan fénynyalábot, amely monokromatikus, és benne az összetevők fázisainak különbsége időben állandó.

A kiterjedt közönséges fényforrások fénye általában nem koherens.

A *lézerek* monokromatikus, párhuzamos és koherens fénynyalábot szolgáltató fényforrások. (Persze a lézerfény sem abszolút monokromatikus, párhuzamos és koherens, de a közönséges fényforrásokhoz viszonyítva nagymértékben az.) Ez annak köszönhető, hogy a lézerben a fénykibocsátás indukált emisszióval történik, szemben a közönséges fényforrásokkal, ahol spontán emisszióval. Az indukált emissziónál egy gerjesztő foton hatására az atomi rendszer úgy kerül egy alacsonyabb energiájú állapotba, hogy a gerjesztő fotonnal tökéletesen azonos (azonos frekvenciájú, terjedési irányú és fázisú) fotonokat bocsát ki.

1.2.3. A fény intenzitása

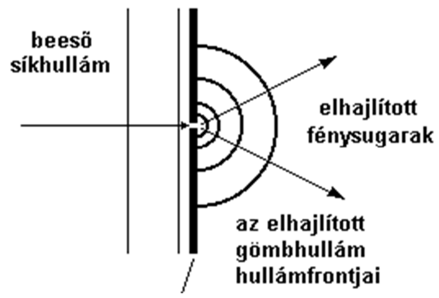
A fény *intenzitása* monokromatikus síkhullámban az amplitúdó négyzetével, E_0^2-tel arányos.

Két, egymással párhuzamos polarizáció-irányú, koherens fénynyaláb interferenciára képes. Ez azt jelenti, hogy az eredő fénynyalábban a térerősségek (8) szerint a fáziskülönbségtől függően erősítik vagy gyengítik egymást, és az eredő intenzitás

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\cos(\varphi_{10} - \varphi_{20}) \; . \qquad (13)$$

1.3. Diffrakció (fényelhajlás), Huygens-elv

A fényforrástól távol, homogén, akadálymentes környezetben a fény terjedését monokromatikus síkhullámokkal írhatjuk le. Változó törésmutatójú inhomogén közegben, vagy akadályok közelében ez az egyszerű közelítés nem elég. Általános esetben a fény terjedését a **Huygens-elv** írja le: eszerint *a hullámfront minden pontja elemi gömbhullámok kiindulópontja, és ezek burkolója adja az új hullámfrontot*.[2]



2. ábra. A fény elhajlása kis nyíláson

Ha a fény útjába egy lemezt teszünk, amin egy kicsi lyuk van, akkor a Huygens-elv alapján a lemez mögött a hullámfrontok gömbfelületek lesznek (2. ábra). Nagy távolságból nézve egy ilyen

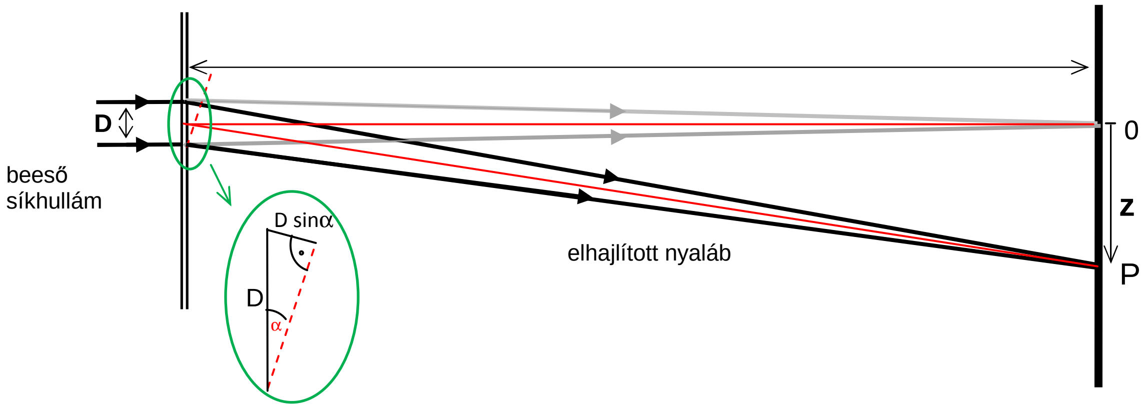
[1] Megjegyzés: ha bevezetjük az $s = n \cdot d$ *optikai úthossz*t (mely a közegbeli tényleges d úthossz és az n törésmutató szorzata, vagyis az az úthossz, amit az adott idő alatt vákuumban tett volna meg a hullám), akkor a fentihez hasonló feltételek fogalmazhatók meg a λ_0 vákuumbeli hullámhosszra.

[2] Ez az elv csak az új hullámfrontok helyét, azaz a fény terjedési irányát adja meg, az amplitúdóról nem mond semmit. Az amplitúdó számolásához az elemi gömbhullámok összegét kell felírni egy integrállal (Huygens-Fresnel-elv).

gömbfelületnek csak egy kis térszögű részét észleljük, és ez a hullámfront-darab már síkkal is helyettesíthető, a hullám pedig a megfigyelés környezetében síkhullámmal. Bárhonnan nézzük a lemezt, a rajta lévő nyílásból fény jut a szemünkbe, ugyanúgy, mint egy pontszerű fényforrásból. (A geometriai optika szóhasználatával, a fénysugarakhoz kötődő szemlélettel megfogalmazva ilyenkor a lemez mögötti térbe minden irányba fénysugarak indulnak ki a lemezen lévő nyílásból, a beeső fénysugár minden irányba „elhajlik”.)

1.3.1. Fényelhajlás kettős résen

Tegyünk egy párhuzamos, monokromatikus fénynyaláb útjába a terjedési irányra merőlegesen egy olyan lemezt, melyen két párhuzamos keskeny rés van egymástól D távolságra (3. ábra). A réseken a fény elhajlik, nagy távolságból olyan a hullámkép, mintha a résekből az ábra síkjában minden irányban síkhullámok indulnának ki.



3. ábra. Elhajlás kettős résen

Tekintsük azt az irányt, mely a lemez normálisával α szöget zár be. Ebben az irányban a két réstől távol, a belőlük induló két fénynyaláb közti

úthossz-különbség (az ábráról): $\Delta x = D \cdot \sin\alpha$,
fáziskülönbség ((11) felhasználásával): $\Delta\varphi = 2\pi\, D \cdot \sin\alpha / \lambda$. (14)

A két fénynyalábhoz tartozó térerősségek összeadódnak az ernyő P pontjában az eredő nyalábban. Mivel az amplitúdók a két elhajlított nyalábban megegyeznek, a fényintenzitás (13) szerint

$I = 2\, I_0\, (1 + \cos \Delta\varphi)$.

Különböző α irányokban eltérő lesz a fáziskülönbség, ill. az annak megfelelő fényintenzitás, az ernyőn sötét és világos csíkokat fogunk észlelni. A maximális gyengítés és maximális erősítés irányai (9) és (12) felhasználásával:

maximális	erősítés:	ahol $\Delta\varphi =$	$m \cdot 2\pi$,	avagy $D \cdot \sin\alpha =$	$m \cdot \lambda$.	(15)
	gyengítés:		$(2m+1) \cdot \pi$,		$(2m+1) \cdot \lambda/2$.	

Az el nem térített (a lemez normálisának irányában haladó) nyalábnak megfelelő pont az ernyőn a $z = 0$ koordinátájú pont, az innen mért z koordinátával és az ernyő résektől mért L távolságával kifejezhető az α szög:

$\mathrm{tg}\alpha = z / L$. (16)

1.3.2. Az optikai rács

***Transzmissziós** optikai rácsot* kapunk, ha egy átlátszó lemezt sűrűn, egyenlő D távolságban, párhuzamosan bekarcolunk, vagy valamilyen más eljárással párhuzamos, periodikusan váltakozva átlátszó és átlátszatlan csíkokat hozunk létre rajta D periódussal (átlátszó és átlátszatlan csíkok vastagságának összege). D-t nevezzük az optikai rács rácsállandójának. A rácsot koherens fénynyalábbal megvilágítva az ernyőn látható elhajlási kép a kettős réséhez hasonló, de nagyobb intenzitású: a rács csíkjaira merőlegesen egy fényfolt-sorozatot látunk az el nem hajlított nyalábnak megfelelő transzmittált kép mindkét oldalán. Az el nem hajlított nyalábnak megfelelő képet *nulladrendű* képnek nevezzük, és innen számozzuk a többi erősítési helyet *elsőrendű, másodrendű, …, kép*nek, az egyik irányba pozitív, a másik irányba negatív előjellel.

Ha a fény merőlegesen esik a síkrácsra, akkor az elhajlási kép szimmetrikus, és a kioltás és erősítés feltételét (15) adja meg. Ha teljesül az, hogy az első néhány elhajlított képhez tartozó szög olyan kicsi, hogy alkalmazható a tg$\alpha \approx \sin\alpha$ közelítés, akkor az m. rend távolsága a nulladrendtől (16) alapján

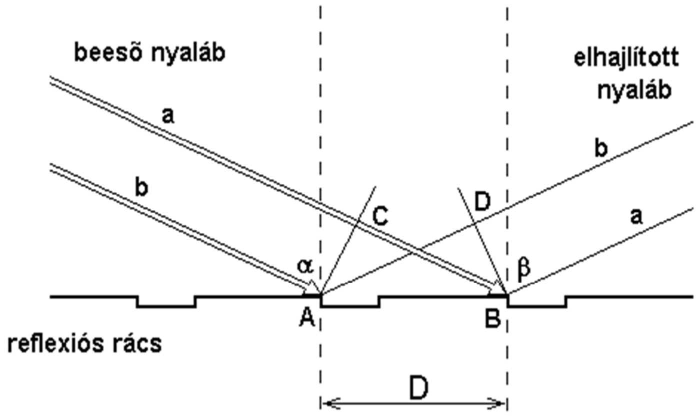
$$z_m = L \cdot \mathrm{tg}\alpha \approx L \cdot \sin\alpha ,$$

másrészt (15)-ből

$$L \cdot \sin\alpha = \frac{L \cdot \lambda}{D}\, m \text{ , ezekből}$$

$$z_m = \frac{L \cdot \lambda}{D}\, m \,. \tag{17}$$

A transzmissziós rácshoz hasonló módon *reflektáló* felületen periodikus, tükröző és nem-tükröző, egymással párhuzamos csíkokból álló mintázatot létrehozva ***reflexiós rács**ot* kapunk. Súrló beesés esetén a rácsot koherens fénynyalábbal megvilágítva a rács által visszavert és elhajlított kép a transzmissziós rácséhoz hasonló, az ernyőn a fényforrás elhajlási képét kapjuk, egy csökkenő intenzitású fényfolt-sorozatot a reflektált kép mindkét oldalán (különböző rendben elhajlított képeket a nulladrendű, azaz a visszavert sugár két oldalán).



4. ábra. A fény elhajlása a reflexiós rácson súrló beesésnél

A fáziskülönbséget létrehozó úthossz-különbség két szomszédos rácspontról származó elhajlított hullám (**a** és **b**) között

$$\Delta x = \overline{CB} - \overline{AD} = D \cdot \sin\alpha - D \cdot \sin\beta_m , \tag{18}$$

ahol α a beesési szög, β_m pedig az egyes fényfoltokhoz tartozó elhajlási szögek (m az *elhajlás rendje)*.

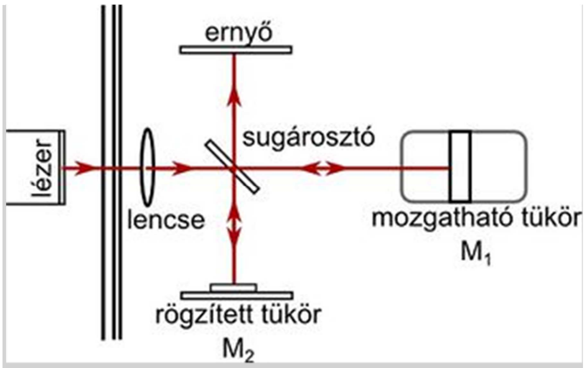
(12) alapján maximális erősítést azoknál a β_m elhajlási szögeknél kapunk, melyekre az úthossz-különbség a hullámhossz egész számú többszöröse:

$$D \cdot (\sin\alpha - \sin\beta_m) = m \cdot \lambda \,. \tag{19}$$

1.4. A Michelson-féle interferométer

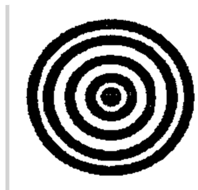
Először Th. Young hozott létre interferenciaképeket 1803-ban úgy, hogy keskeny fénynyalábot irányított két szorosan egymás mellett elrendezett résre. Young kísérlete fontos bizonyítéka volt a fény hullámtermészetének. 1881-ben A. A. Michelson hasonló elven működő interferométert épített. (Michelson eredetileg az éternek, az elektromágneses sugárzások, így a fény terjedését is biztosító feltételezett közegnek a kimutatására szerkesztette meg interferométerét. Részben az ő erőfeszítéseinek is köszönhetően az éter feltételezését ma nem tekintjük életképes hipotézisnek.) A Michelson-féle interferométer széleskörűen elterjedt a fény hullámhosszának mérésére, illetve ismert hullámhosszúságú fényforrás alkalmazásával rendkívül kis távolságok mérésére, és optikai közegek vizsgálatára.

Az 5. ábrán a Michelson-féle interferométer vázlata látható. A lézer sugárnyalábja sugárosztóra (beam splitter) esik, amely a beeső fény 50%-át visszaveri, 50%-át átengedi. A beeső fény így két nyalábra oszlik. Az egyik a (tengelye mentén előre-hátra) mozgatható tükörre (M_1) esik, a másik az álló tükörre (M_2) verődik. Mindkét tükör a sugárosztóra veri vissza a fényt. A mozgatható tükörről visszavert fény egyik fele most a megfigyelő ernyőre (viewing screen) esik be, és az álló tükörről visszaverődő fény fele a sugárosztón áthaladva szintén a megfigyelő ernyőre esik.



5. ábra. A Michelson-féle interferométer vázlata

Ily módon az eredeti sugárnyaláb először kettéosztódik, majd a keletkezett nyalábok egy része visszafelé egyesül egymással. Mivel a nyalábok ugyanabból a fényforrásból származnak, így koherensnek tekinthetőek. Amikor lencsét helyezünk a lézer fényforrás és a sugárosztó közé, a fénynyaláb kitágul és a megfigyelő ernyőn sötét és világos gyűrűkből álló kép jelenik meg (6. ábra).


6. ábra. Michelson-féle interferométerrel létrehozott interferenciakép

Mivel a két interferáló nyaláb ugyanabból a forrásból származik, fázisuk eredetileg azonos volt. Relatív fázisuk, amikor a megfigyelő ernyő bármely pontjában találkoznak, attól az optikai úthossztól függ, amelyet ezen pont eléréséig megtettek.

M_1 mozgatásával az egyik nyaláb úthossza változtatható. Mivel a nyaláb az M_1 és a sugárosztó közötti utat kétszer teszi meg, M_1-et ¼ hullámhossznyival közelítve a sugárosztóhoz, a nyaláb úthossza ½ hullámhossznyival csökken. Eközben megváltozik az interferenciakép. A maximumok sugara oly módon csökken, hogy a korábbi minimumok helyét foglalják el. Ha M_1-et tovább mozgatjuk ¼ hullámhossznyival a sugárosztó felé, a maximumok sugara tovább csökken úgy, hogy a maximumok és a minimumok ismét helyet cserélnek, és az új elrendezés megkülönböztethetetlen lesz az eredeti képtől.

Lassan mozgatva a tükröt egy meghatározott d_N távolságon és közben leszámolva N-et, vagyis annak számát, hányszor jutott a gyűrűkép az eredeti állapotába, meghatározható a fény hullámhossza:

$$\lambda \equiv \frac{2d_N}{N}, \qquad (20)$$

illetve ha a fény hullámhossza ismert, akkor meghatározható a d_N távolság.

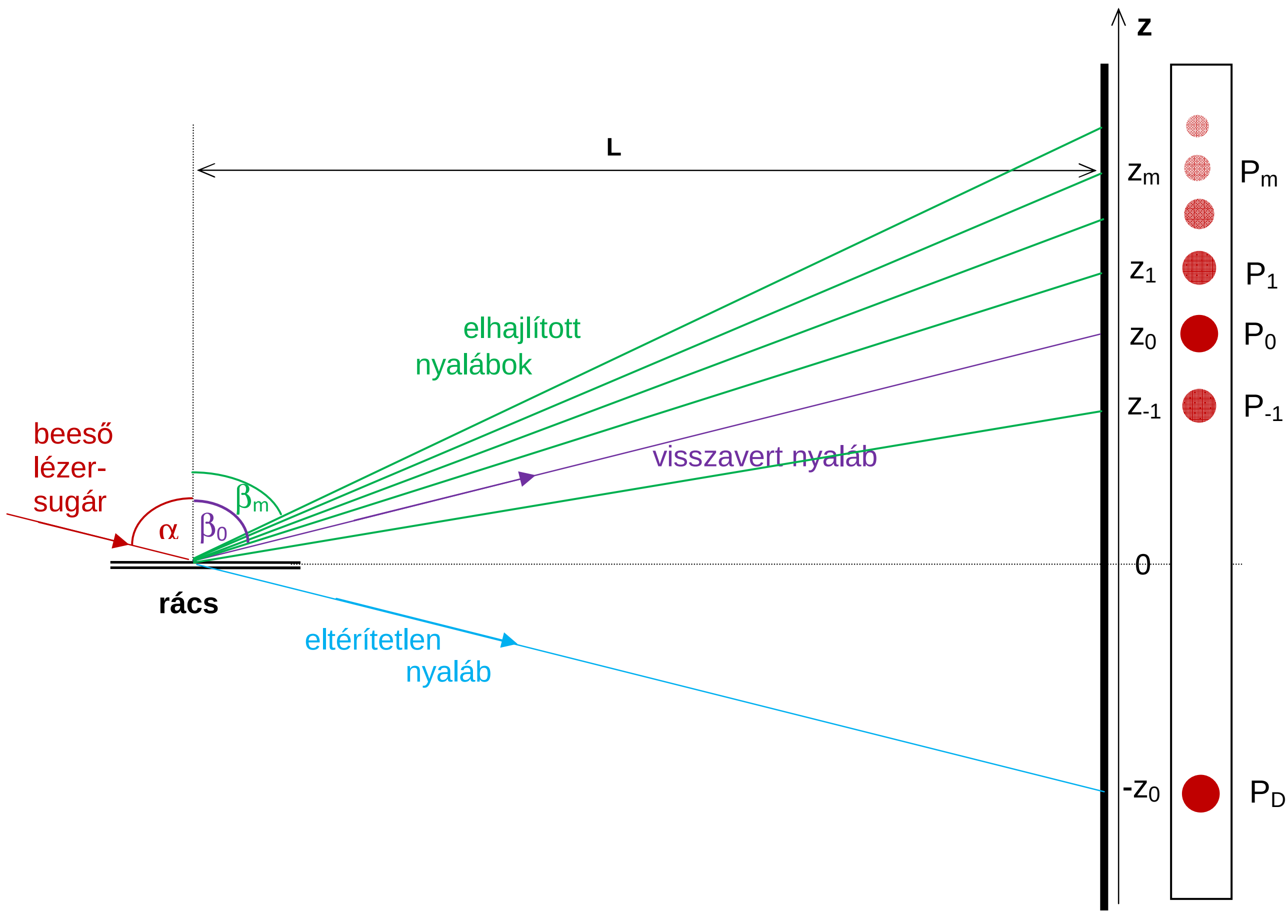
2. Mérési feladatok

2.1.1. Lézer hullámhosszának meghatározása vonalzóval (mint reflexiós ráccsal)

Reflexiós rácsot lézerrel megvilágítunk. Ha a beesési szög elég nagy (súrló beesést hozunk létre), akkor az ernyőn egy sorozat fénypöttyöt kapunk, a különböző rendű rácsképeket, amelyből a rácsállandó ismeretében a lézer hullámhossza meghatározható.
Reflexiós rácsként fém vonalzót használunk.[3] A vonalzó az 1 ill. 0,5 mm-es skálájával tulajdonképpen egy 1 ill. 0,5 mm rácsállandójú reflexiós rács. A bekarcolt jelek mentén a fény elhajlik, a szomszédos beosztásokon elhajlott fénynyalábok interferálnak egymással.

Eszközök:

- optikai sín, lovasok
- pozícionálható lézerdióda
- vízszintes korong mint tartó
- fém vonalzó, bekarcolt 1 mm-es ill. 0,5 mm-es beosztással
- ernyő, milliméterpapír
- mérőszalag



7. ábra. Vázlat a lézer hullámhosszának meghatározásához
(a távolságok és a szögek torzítva vannak az ábrázolás kedvéért)

[3] Az eredeti ötlet, hogy tolómérő felhasználható reflexiós rácsként, és tolómérővel ily módon nemcsak egy cső vagy valami munkadarab szélessége, hossza, hanem a fény hullámhossza is mérhető, annak ellenére, hogy a hullámhossz sokkal kisebb, mint a legfinomabb beosztás, a Trinity College Fizika Intézetéből (Dublin, Írország) származik.

Feladat:
Tegyük az ernyőt az optikai sín végére egy magas lovasba, a sín másik végére pedig tegyük fel a lézert. Tegyük a korongot egy magas lovasba és rögzítsük a lovast a lézertől kb. 25 cm-re. A lézert állítsuk be úgy, hogy a lézersugár a korongon egy kb. 5 cm hosszú fényfoltot hozzon létre. Szükség esetén mozdítsuk odébb a korongot, vagy emeljük feljebb a lézert a tartóban.
Ezután helyezzük a reflexiós rácsként használt fém vonalzót a korongon lévő fényfoltba, úgy, hogy a lézersugár egésze a 0,5 mm-es skálára essen. Akkor jó a beállítás, ha a legfényesebb pötty (az egyszerű visszavert sugár) alatt legfeljebb egy pötty, fölötte viszont legalább 8 pötty látható az ernyőn.
Vegyük ki a korongot a lovasból, és ellenőrizzük, hogy az eltérítetlen lézersugár az ernyőre esik. Ha alatta van, akkor helyezzük át az ernyőt egy alacsony lovasba. Tegyük vissza a korongot és a fém vonalzót, majd ragasszunk egy milliméterpapír-csíkot az ernyőre, úgy, hogy minden jelölendő pont rajta legyen.
Jelöljük meg a pöttyök helyét ($\mathbf{P_0}$, $\mathbf{P_1}$, ..., $\mathbf{P_m}$) a milliméterpapíron,
mérjük meg a mérőszalaggal a vonalzón látható fényfolt közepének távolságát az ernyőtől (L),
és (a korongot levéve) jelöljük meg az eltérítetlen lézersugár (direkt nyaláb) foltját ($\mathbf{P_D}$) is.

Kiértékelés:
A 7. ábrán látjuk a kiértékeléshez szükséges mennyiségeket.
A $\mathbf{P_D}$ pont az eltérítetlen sugár által létrehozott fényfolt középpontja, a $\mathbf{P_0}$ pont pedig a legfényesebb fényfolt középpontja, amit a nulladrendben elhajlított (azaz egyszerűen visszavert) fénynyaláb hoz létre. A $\overline{\mathbf{P_D P_0}}$ szakasz felezőpontja a z tengely origója, ettől mérjük az egyes fényfoltok közepének z_m koordinátáját.
A vonalzón lévő fényfolt távolsága az ernyőtől L. Ezekből kifejezhető $\sin\beta_m$:

$$\sin\beta_m = \frac{L}{\sqrt{L^2+z_m^2}}\,. \tag{21}$$

Másrészt (19)-ből kifejezve $\sin\beta_m$-et

$$\sin\beta_m = -\frac{\lambda}{D}\cdot m + \sin\alpha \tag{22}$$

látható, hogy ez egy egyenes m függvényében, melynek meredeksége $-\lambda/D$.

λ tehát meghatározható a $\sin\beta_m$ – m diagram pontjaira illesztett egyenes meredekségéből.
D, a rácsállandó esetünkben 0,5 mm.

A jegyzőkönyvben beadandó:
Készítsünk táblázatot, melyben feltüntetjük m-et, z_m-et, valamint $\sin\beta_m$ értékét 6 értékes jegy pontossággal kiszámítva!
Ábrázoljuk $\sin\beta_m$-et az elhajlás rendjének, m-nek a függvényében!
Számoljuk ki az egyenes meredekségét és tengelymetszetét a legkisebb négyzetek módszerével meghatározva, és az egyenes meredekségének szórását!
Számoljuk ki a lézerdióda hullámhosszát, és annak hibáját az egyenes meredekségének hibájából, a Gauss-féle hibaterjedési törvényt alkalmazva!

2.1.2. Transzmissziós rács rácsállandójának meghatározása

Egy, a fény hullámhosszával összemérhető rácsállandójú transzmissziós rács alkalmas az elhajlás jelenségének megfigyelésére. A létrehozott elhajlási kép segítségével megmérhető a rácsállandó is.

Eszközök:
- optikai sín, lovasok, diatartó, ernyő
- diakeretbe foglalt transzmissziós rács
- pozícionálható lézerdióda

Feladat:
Az előző méréshez hasonlóan helyezzük el az optikai sínen a lézert és az ernyőt, majd közéjük a diatartóban a transzmissziós rácsot, és állítsuk elő az elhajlási képet. Mérjük meg a két legszélső, még jól látható erősítési hely távolságát az ernyőn. Mérjük meg a rács távolságát az ernyőtől, kivételesen nem az optikai sínnel párhuzamosan, hanem a fénysugár útja mentén, azaz a rácson látható fényfolt közepétől az ernyőn látható legfényesebb folt közepéig.

Kiértékelés:
Számoljuk ki két szomszédos erősítési hely távolságát (azaz a két szélső hely mért távolságát osszuk el a látható erősítési helyek száma mínusz eggyel). Transzmissziós rács elhajlási képében két erősítési hely távolsága (17) alapján

$$\Delta z = \frac{\lambda \cdot L}{D},$$

így az erősítési helyek távolságából a rácsállandó kiszámolható.

A jegyzőkönyvben beadandó:
Az erősítési helyek távolsága, és a rácsállandó értéke.

2.1.3. Hajszál vastagságának mérése

A hajszál vastagsága összemérhető a fény hullámhosszával, így alkalmas méretű akadály arra, hogy megfigyeljük rajta az elhajlás jelenségét. A hajszál szélein elhajló fénynyalábok által létrehozott elhajlási képből meghatározható a hajszál vastagsága is.
A hajszál által létrehozott elhajlási kép esetén nem a fényfoltok közepét lehet jól megfigyelni, hanem a kioltási helyeket. Ráadásul a szomszédos erősítési helyek távolsága ebben az esetben nem állandó, a kioltási helyek távolsága viszont igen.

Eszközök:
- optikai sín, lovasok, diatartó, ernyő
- pozícionálható lézerdióda
- hajszál diakeretben
- mérőszalag
- réssel ellátott kartonpapír

Feladat:
Az előző mérési elrendezésben tegyük a transzmissziós rács helyére a diatartóba erősített (számozott, vagy akár a saját) hajszálat. A szórt lézerfény csökkentése érdekében tegyük a mintatartó lézer felőli oldalára a réssel ellátott kartonpapírt. A kartonpapírt és a hajszálat addig tologassuk oldalirányban, amíg a lézernyaláb közepe átmegy a résen, és a hajszál ennek útjába kerül. Figyeljük meg, hogy a mintázat közepén (a nulladrendnél) nem kioltási hely van, hanem erősítés!
Jelöljük meg a kioltási helyek pozícióját az ernyőre ragasztott papíron! A nulladrend mindkét oldalán legfeljebb 5-5 kioltási helyet vizsgáljunk.
Jegyezzük fel a hajszál távolságát az ernyőtől (L)! (Ha a lézerdiódát és a diatartót nem mozgattuk az előző mérés óta, akkor a hajszál távolsága az ernyőtől megegyezik a transzmissziós rács és az ernyő előző feladatban megmért távolságával; ha a lézerdiódát vagy a diatartót elmozdítotttuk, akkor mérjük meg a hajszál távolságát az ernyőtől.)

Kiértékelés:
(17) alapján két szomszédos kioltási hely távolsága

$$\Delta z = \lambda L / D ,$$

mivel azonban középen nincs kioltás, így a nulladrend melletti két kioltási hely távolsága kétszer akkora ($2\cdot\Delta z$).
Δx értékéből kiszámolható a hajszál vastagsága. (λ értékét a **2.1.1.** feladatban meghatároztuk.)

A jegyzőkönyvben beadandó:
A papíron megjelölt kioltási helyekből állapítsuk meg Δx-et, és számoljuk ki a hajszál vastagságát! Vessük össze a most kiszámolt értéket az Optika I. mérésnél kiszámolt értékkel!

2.2. Michelson-féle interferométer
Demonstráció: a Michelson-féle interferométer összeállítása és beszabályozása
- Szereljük a lézertartót, a sugárosztót és a tükröket az interferométer alapra! Jelen esetben az egyik tükör álló, de a dőlésszöge állítható; a másik tükör a vízszintesen befogott kerámiacső végére van rögzítve.
- Helyezzük el a sugárosztót a lézernyalábbal 45°-os szöget bezáróan a jelzések közé, úgy, hogy a visszavert nyaláb az M_2 tükör közepére essék.

Ekkor két fényes pontsorozatot kell látnunk a megfigyelő ernyőn. Az egyik pontsorozat az egyik tükörről, a másik a másik tükörről jön létre; mindkét pontsorozat egy fényes pontot és két vagy több kevésbé fényes pontot tartalmaz (a többszörös visszaverődés miatt).
- Állítsuk a sugárosztó szögét addig, amíg a két pontsorozat a lehető legközelebb kerül egymáshoz, majd rögzítsük a sugárosztó helyzetét!
- A tükrök hátoldalán lévő csavarokkal állítsuk be azok hajlásszögét úgy, hogy a két pontsorozat a megfigyelő ernyőn egybeessék!
- Helyezzünk egy (18 mm fókusztávolságú) lencsét a lézer és a sugárosztó közötti nyalábba, és állítsuk be úgy, hogy a széttartó nyaláb a sugárosztóra koncentrálódjék!

Ekkor koncentrikus gyűrűknek kell megjelenniük a megfigyelő ernyőn. Ha nem így volna, állítsunk a tükrök dőlésszögén, amíg a gyűrűk meg nem jelennek.

2.2.1. Közös mérési feladat: **kerámiacső lineáris hőtágulási együtthatójának meghatározása**
A kerámiacső feszültség ráadásával fűthető. A hosszának változását a Michelson-féle interferométer segítségével határozzuk meg, a hőmérsékletét pedig egy benne elhelyezett Pt ellenálláshőmérővel tudjuk mérni.
A Pt ellenálláshőmérő ellenállása $R(T) = R_0\,(1 + \alpha_{Pt}\cdot(T-T_0))$,
névleges ellenállása $T_0 = 0$ °C-on $R_0 = 1000\ \Omega$,
hőmérsékleti koefficiense $\alpha_{Pt} = 3{,}92\cdot 10^{-3}\ K^{-1}$.
Feladat:
- Olvassuk le az ellenállásmérő műszerről az ellenállást.
- Számoljuk ki ezek alapján, hány Ω-ot kell mutasson az ellenállásmérő műszer, ha 25 °C-kal akarjuk emelni a kerámiacső hőmérsékletét.
- Jelöljünk meg az ernyőn egy kioltási pontot a belső gyűrűk egyikén.
- Kezdjük el fűteni a kerámiacsövet. A koncentrikus gyűrűk sugara most folyamatosan változik, az ernyőn kijelölt pontban hol erősítés, hol kioltás lesz (az adott pont hol világos, hol sötét lesz).
- Figyeljük, mikor érjük el a 25 °C-os hőmérsékletnövelésnek megfelelő ellenállásértéket, és közben számoljuk, hányszor lett újra sötét a megfigyelt pont (N).

Jegyezzük fel a kerámiacső ℓ_0 hosszát.

A jegyzőkönyvben beadandó:
- (20) alapján számoljuk ki, mennyivel változott meg a kerámiacső hossza! (A lézer hullámhossza $\lambda = 650$ nm.)
- Számoljuk ki a kerámiacső lineáris hőtágulási együtthatóját!

A hőtágulást az $\ell(T) = \ell_0\,(1 + \alpha\cdot(T-T_0))$ képlet adja meg.

3. Kérdések, gyakorló feladatok

3.1. Minimumkérdések:

- a fénysebesség értéke (c = 2,998·10^8 m/s);
- hogyan változik a fény sebessége, frekvenciája, hullámhossza más közegbe lépve;
- azonos periódusidejű harmonikus függvények összege, maximális erősítés ill. gyengítés feltétele;
- Huygens-elv;
- interferencia jelensége;
- a mérési feladatok leírása.

Igaz-e, hogy *
- a 0,5 μm hullámhosszú elektromágneses sugárzás a látható fény tartományába esik?
- az elsőrendű elhajlási képek távolsága arányos a hullámhosszal?
- ha az elektromágneses hullám más közegbe lép be, a hullámhossza változatlan marad?
- interferencia esetén az eredő amplitúdó akkor minimális, ha a fáziskülönbség 2π egész számú többszöröse?

** A válaszokhoz képletet vagy indoklást is kérünk!*

3.2. Gyakorló feladatok:

3.2.1. Üvegbe levegőből érkező 760 nm hullámhosszú fénysugár beesési szöge 60°, a törési szög 30°. Mekkora az üvegben a fény
– hullámhossza,
– terjedési sebessége és
– frekvenciája?
Adjuk meg a hullámszámvektor nagyságát is az üvegben!

Megoldás:
A beesési és törési szögből számolható az üveg törésmutatója: n = sin 60° / sin 30° = 1,732.
Az üvegbeli hullámhossz: $\lambda = \lambda_0$ / n, ahol λ_0 = 760 nm a vákuumbeli hullámhossz, tehát λ = 439 nm.
A terjedési sebesség az üvegben v = c / n = $3 \cdot 10^8$ / 1,732 = $1{,}732 \cdot 10^8$ m/s.
A frekvencia $\nu = c / \lambda_0 = v / \lambda = 3{,}95 \cdot 10^{14}$ Hz.
A **k** vektor nagysága $k = 2\pi / \lambda = 2\pi / (439 \cdot 10^{-9}) = 1{,}43 \cdot 10^7\ \mathrm{m}^{-1}$ (iránya a terjedés iránya).

3.2.2. Transzmissziós rácsot merőlegesen beeső koherens fénynyalábbal világítunk meg, a hullámhossz 633 nm (He-Ne lézer). Az elsőrendű elhajlási képek távolsága (50±1) cm, a rács és az ernyő távolsága (60±1) cm. Számítsuk ki a rácsállandót és a rácsállandó hibáját!

Megoldás:
(15) szerint $D \cdot \sin\alpha = \lambda$, ahol α az első rendben elhajlított sugár és a rácssík normálisa által bezárt szög, λ = 633 nm a hullámhossz. tgα = x/L, ahol L = (0,60±0,01) m, és x az elsőrendű képpont távolsága a nulladrendű képponttól. A két elsőrendű kép távolsága 2x = (0,50±0,01) m, vagyis
x = (0,25±0,005) m.
Behelyettesítve

$$D = \frac{\lambda}{\sin(\mathrm{arctg}\,(x/L))} = \lambda \cdot \frac{\sqrt{x^2 + L^2}}{x} = 1{,}65\ \mu\mathrm{m}\,.$$

A rácsállandó hibája: ΔL = 0,01 m, Δx = 0,005 m

$$\Delta D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial L} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial x} \cdot \Delta x\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\lambda \cdot L}{x\sqrt{x^2 + L^2}} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(-\frac{\lambda \cdot L^2}{x^2\sqrt{x^2 + L^2}} \cdot \Delta x\right)^2} = 0{,}04\ \mu\mathrm{m}\,.$$