**A MEREDEKSÉG MEGHATÁROZÁSÁRÓL**

Nézzük a következő adatok kiértékelését:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | x | y |
| 1. | 1,2 | 3,1 |
| 2. | 2,1 | 7,8 |
| 3. | 3,0 | 11,2 |
| 4. | 4,2 | 16,3 |
| 5. | 5,0 | 21,0 |
| 6. | 6,3 | 24,2 |

Ábrázoljuk:

Ki tudjuk számolni, hogy 2 pontot kiválasztva mennyi az azon a 2 ponton átmenő egyenes meredeksége.

Például az első és az utolsó ponton átmenő egyenes meredeksége

(y6 – y1 ) / (x6 – x1) = (24,2–3,1)/(6,3–1,2) = 4,137. Ez az egyenes így néz ki:

Ez biztosan nem a legjobb egyenes, mert az összes többi mérési pont az egyenes fölött van.

Ha csak az adatainkat szeretnénk használni a számoláshoz, akkor megtehetnénk azt, hogy az adatainkból minden lehetséges párosítást létrehozunk, és azoknak mind kiszámoljuk a meredekségét. Ez sok számolás lenne, pl. 6 adat esetében ez már 15 egyenest jelent!

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | **x\_A** | **y\_A** | **x\_B** | **y\_B** |  | **meredekség** |
| 1 | 2 | 1,2 | 3,1 | 2,1 | 7,8 |  | 5,222 |
| 1 | 3 | 1,2 | 3,1 | 3,0 | 11,2 |  | 4,500 |
| 1 | 4 | 1,2 | 3,1 | 4,2 | 16,3 |  | 4,400 |
| 1 | 5 | 1,2 | 3,1 | 5,0 | 21,0 |  | 4,711 |
| 1 | 6 | 1,2 | 3,1 | 6,3 | 24,2 |  | 4,137 |
| 2 | 3 | 2,1 | 7,8 | 3,0 | 11,2 |  | 3,778 |
| 2 | 4 | 2,1 | 7,8 | 4,2 | 16,3 |  | 4,048 |
| 2 | 5 | 2,1 | 7,8 | 5,0 | 21,0 |  | 4,552 |
| 2 | 6 | 2,1 | 7,8 | 6,3 | 24,2 |  | 3,905 |
| 3 | 4 | 3,0 | 11,2 | 4,2 | 16,3 |  | 4,250 |
| 3 | 5 | 3,0 | 11,2 | 5,0 | 21,0 |  | 4,900 |
| 3 | 6 | 3,0 | 11,2 | 6,3 | 24,2 |  | 3,939 |
| 4 | 5 | 4,2 | 16,3 | 5,0 | 21,0 |  | 5,875 |
| 4 | 6 | 4,2 | 16,3 | 6,3 | 24,2 |  | 3,762 |
| 5 | 6 | 5,0 | 21,0 | 6,3 | 24,2 |  | 2,462 |

Legkisebb meredekséget az 5. és a 6. pont ad, legnagyobb meredekséget a 4. és az 5. pont ad, ezek között több, mint kétszeres a szorzó!

Az összes meredekség-érték átlaga 4,296 (a szórás 0,199).

A meredekséget nem az adatainkból számoljuk ki, hanem egyenest illesztünk az összes pontra úgy, hogy az a lehető legközelebb menjen a pontjainkhoz (az első és az utolsó pont nem kitüntetett értékek).

Például így:

Ennek az egyenesnek kell meghatároznunk a meredekségét.

Ha vannak olyan adataink, amik elég jól illeszkednek, akkor nem okoz nagy hibát, ha ezekből számolunk.

Például a 3. és 4. pont elég jól illeszkednek. A fenti táblázatból látható, hogy az ebből számolt meredekség 4,250.

A 2. pont is elég jól illeszkedik, de a 2. és 3. ponthoz tartozó meredekség 3,778, a 2. és 4. ponthoz tartozó meredekség pedig 4,048, vagyis eléggé eltérnek.

Ha adatpontokból szeretnénk számolni, javíthatunk a pontok szórásából adódó eltéréseken azzal, hogy vesszük pl. 3 számítás átlagát. Például a legjobban illeszkedő 3. és 4. pont, illetve a két legrosszabb illeszkedés átlaga (4,137+5,875+2,462)/3 = 4,158.

**Az egyenes meredekségét** azonban **nem az adatainkból számoljuk ki, hanem a tengelyeken levő skála segítségével visszaolvasunk pontokat az egyenesről.**

Például

|  |  |
| --- | --- |
| leolvasott x | leolvasott y |
| 8 | 32,3 |
| 1 | 2,8 |
| Δx | Δy |
| 7 | 29,5 |

amiből a meredekség 4,214

vagy

|  |  |
| --- | --- |
| leolvasott x | leolvasott y |
| 6 | 24,0 |
| 5 | 19,6 |
| Δx | Δy |
| 1 | 4,4 |

amiből a meredekség 4,400

vagy

|  |  |
| --- | --- |
| leolvasott x | leolvasott y |
| 7,42 | 30 |
| 0,36 | 0 |
| Δx | Δy |
| 7,06 | 30 |

amiből a meredekség 4,249.

Látható, hogy a középső esetben, ahol közeli pontok koordinátáit olvastuk le, más értéket kaptunk, mert az x és y értékek leolvasásának is van hibája. Ezt a leolvasási hibát csökkenthetjük azzal, ha **minél távolabbi pontok** koordinátáit olvassuk vissza. (A meredekség meghatározását tovább pontosíthatjuk azzal, ha több leolvasás átlagát vesszük.)

**Megjegyzés:**

Ebben a példában se az x, se az y tengelyen levő mennyiségnek nem adtunk mértékegységet. Általában azonban a fizikai mennyiségek mértékegységgel bírnak, így a meredekség leolvasásánál ezeket is figyelembe kell vennünk, és az **egyenes meredekségét mértékegységgel együtt kell megadni**!

Nincs értelme az egyenes meredekségét egy szöggel megadni, mivel az attól függ, hogy az egyes fizikai mennyiségeket milyen léptékkel ábrázoljuk.

Pl. a fenti diagramot elkészíthetjük így is, ami más szöget adna, miközben az adatok nem változtak, tehát a meredekség sem változott.

**Érdeklődőknek:**

A fenti adatsorra illeszkedő egyenes egyenlete **legkisebb négyzetek módszerével** meghatározva

y = 4,221 x – 1,405

vagyis az egyenes meredeksége 4,221 (a meredekség szórása 0,208);

a tengelymetszete –1,405 (a tengelymetszet szórása 1,308).

Grafikusan hogyan tudjuk megbecsülni, hogy mekkora **hibával** tudjuk leolvasni a meredekséget?

Nézzük meg, az adott pontokra milyen maximális ill. minimális meredekségű egyenest tudnánk húzni. Ez ismét szubjektív döntés, de kb. így néz ki:

A sárga egyenes meredeksége 4,42; a kék egyenes meredeksége 4,02. A grafikus leolvasás hibája tehát elég nagy. (A fenti adatokból látható, hogy a meredekség szórása 5%, kb. ennyi a grafikus meredekség-leolvasásból eredő szubjektív hiba is.)

Ha elméletből tudjuk, hogy az adott fizikai összefüggés szerint az egyenesnek **az origón kell átmennie**, akkor mindenképpen olyan egyenest kell behúzni és annak a meredekségét kell meghatározni. Ilyen esetben a meredekség számításához használt egyik pont célszerűen az origó. Pl. a fenti adatsorra:

Ennek az egyenesnek a meredeksége 3,906.