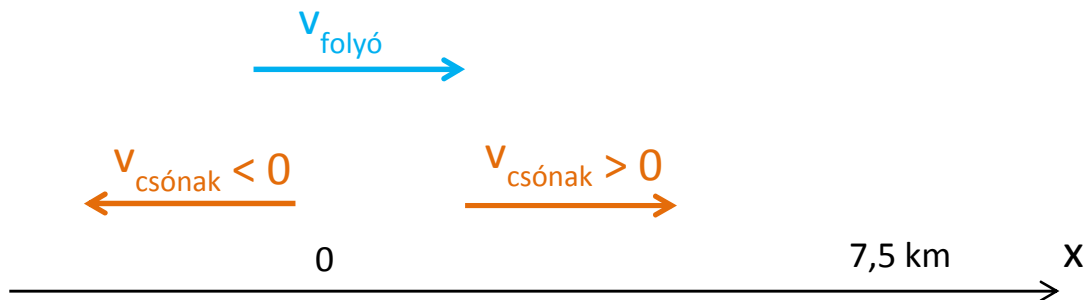


ISMÉTLÉS: Felvesszük az x tengelyt, ezzel meghatározzuk, hogy melyik a pozitív irány, és az azzal megegyező irányú sebességek pozitívak, az ellentétesek negatívak.



$$1 \cdot (-v_{cs} + v_f) + 0,5 \cdot (+v_f) + t^* \cdot (+v_{cs} + v_f) = 7,5 \text{ [km]}$$

EGYENES VONALÚ EGYENLETES MOZGÁS $v = \text{konst.}$

$$x = x_0 + v \cdot t$$

Írjuk fel a feladatra az $x(t)$ függvényt!

km-rel és h-val írjuk fel

Tudjuk, hogy $v_f = 3 \text{ km/h}$, $t^* = 1 \text{ h}$, $v_{cs} = \text{tetszőleges [km/h]}$

1. szakasz

$$x(t) = x_{01} + v_1 \cdot t$$

$$x_{01} = 0, v_1 = v_f - v_{cs}$$

$$x(t) = 0 + (v_f - v_{cs}) \cdot t = (3 - v_{cs}) \cdot t$$

$$\text{a végére } t = 1 \text{ h} \rightarrow x(1) = 0 + (3 - v_{cs}) \cdot 1 = 3 - v_{cs}$$

$x(1) = 3 - v_{cs}$: ránézésre „ $x = \dots v$ ” nem lehetne igaz (hely \neq sebesség!), de ez a képlet most csak a nagyságokat jelenti.

A képleteket most a mértékegységek nélkül írtuk fel, mert úgy értjük a mennyiségeket, hogy a hely km-ben, az idő h-ban, a sebesség km/h-ban van, és így most csak a számértékek szerepelnek a képletekben.

A képlet a mértékegységekkel együtt:

$$x(1) = 0 \text{ km} + (3 \text{ km/h} - v_{cs} \text{ km/h}) \cdot 1 \text{ h} = 0 \text{ km} + 3 \text{ km/h} \cdot 1 \text{ h} - v_{cs} \text{ km/h} \cdot 1 \text{ h} = 3 \text{ km} - v_{cs} \text{ km} \quad \text{az } x \text{-nek km-ben kell lenni!}$$

A képletben szereplő műveleteket elvégezhetjük a mértékegységekkel is:

mértékegység

összeadás: $\text{km/h} + \text{km/h} = \text{km/h}$

nem lehet: $5 \text{ km/h} + 3 \text{ m/s} = \text{?!?}$

át kell váltani! $3 \text{ m/s} \rightarrow \dots \text{ km/h}$ (vagy fordítva);

szorzás: $\text{km/h} \cdot \text{h} = \text{km}$

nem lehet: $3 \text{ km/h} \cdot 10 \text{ s} = \text{???}$ át kell váltani! $10 \text{ s} \rightarrow \dots \text{ h}$

pl. $v_{cs} = 4 \text{ km/h}$: $x(t) = 0 \text{ km} + (3 \text{ km/h} - 4 \text{ km/h}) \cdot t \text{ h} = -1 \text{ km/h} \cdot t \text{ h} = -t \text{ km}$

$t = 1 \text{ h}$ múlva $x(1) = -1 \text{ km}$

2. szakasz

$$x(t) = x_{02} + v_2 \cdot t_2$$

$$x_{02} = x(1) = 3 - v_{cs}, v_2 = v_f = 3 \text{ km/h}, t_2 = t-1$$

$$x(t) = (3 - v_{cs}) + 3 \cdot (t-1) = 3 - v_{cs} + 3 \cdot t - 3 = 3 \cdot t - v_{cs}$$

$$\text{a végére } t = 1,5 \text{ h } (t_2 = 0,5 \text{ h}) \rightarrow x(1,5) = 3 \cdot 1,5 - v_{cs} = 4,5 - v_{cs}$$

3. szakasz

$$x(t) = x_{03} + v_3 \cdot t_3$$

$$x_{03} = x(1,5) = 4,5 - v_{cs}, v_3 = v_f + v_{cs} = 3 + v_{cs}, t_3 = t-1,5$$

$$x(t) = (4,5 - v_{cs}) + (v_f + v_{cs}) \cdot (t - 1,5) =$$

$$= 4,5 - v_{cs} + (3 + v_{cs}) \cdot (t - 1,5) = 4,5 - v_{cs} + 3 \cdot t + v_{cs} \cdot t - 3 \cdot 1,5 - 1,5 v_{cs} =$$

$$= 3 \cdot t + v_{cs} \cdot t - 2,5 v_{cs} = 3 \cdot t + v_{cs} \cdot (t - 2,5) = (3 + v_{cs}) \cdot t - 2,5 v_{cs}$$

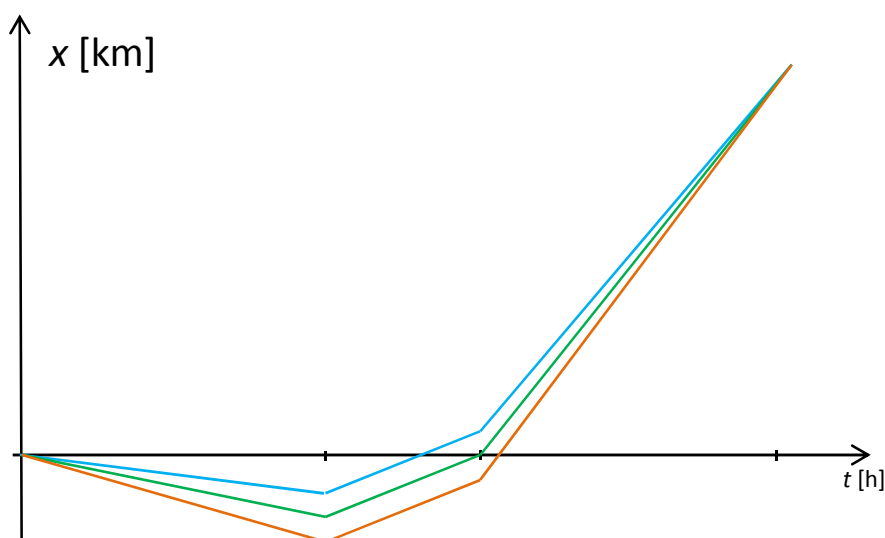
$$\text{a végére } t = 2,5 \text{ h } (t_3 = 1 \text{ h}) \rightarrow x(2,5) = 3 \cdot 2,5 + v_{cs} \cdot (2,5 - 2,5) = 7,5 \text{ km}$$

Rajzoljuk meg konkrét csónaksebességekkel az $x - t$ diagramot!

Felhasználjuk, hogy $v_{\text{folyó}} = 3 \text{ km/h}$, $t^* = 1 \text{ h}$.

Legyen pl. $v_{cs} = 4 \text{ km/h}$; $4,5 \text{ km/h}$; 5 km/h .

	4 km/h	4,5 km/h	5 km/h
1. óra után	- 1 km-nél	- 1,5 km-nél	- 2 km-nél
javítás alatt	+ 1,5 km	+ 1,5 km	+ 1,5 km
javítás után	+ 0,5 km-nél	0 km-nél	- 0,5 km-nél
utolsó óra alatt	+ 7 km	+ 7,5 km	+ 8 km
végül	+ 7,5 km-nél	+ 7,5 km-nél	+ 7,5 km-nél



Hogyan tudunk az $x - t$ diagram alapján (a feladatot elfelejtve) sebességet számolni?

Ahol szakaszonként egyenletes mozgásról van szó: $v = s/t$,

de az egyes szakaszokon az utat és az időt is a kezdő- és végpontból számoljuk

$$\rightarrow v = \Delta x / \Delta t.$$

Pl. $v_{cs} = 4$ km/h esetén a csónak sebessége a parthoz képest

az első órában: $v_{cs,p,4,1} = \Delta x / \Delta t = (-1 - 0) / (1 - 0) = -1$ km/h

a középső szakaszban: $v_{cs,p,4,2} = \dots = (0,5 - (-1)) / (1,5 - 1) = 1,5/0,5 = 3$ km/h

az utolsó szakaszban: $v_{cs,p,4,3} = \dots = (7,5 - 0,5) / (2,5 - 1,5) = 7/1 = 7$ km/h

De számolhatunk más időintervallumra is:

a teljes időre (mindhárom szakasz összege): $v_{cs,p,4,össz} = (7,5 - 0) / (2,5 - 0) = 3$ km/h

vagy az első 1,5 h-ra: $v_{\dots} = (0,5 - 0) / (1,5 - 0) = 1/3$ km/h

vagy a második 1,5 h-ra: $v_{\dots} = (7,5 - (-1)) / (2,5 - 1) = 8,5/1,5 = 5,67$ km/h

Amit így számolunk, az **ÁTLAGSEBESSÉG!**

Átlagsebesség: $v_{\text{átl}} = \Delta x / \Delta t$

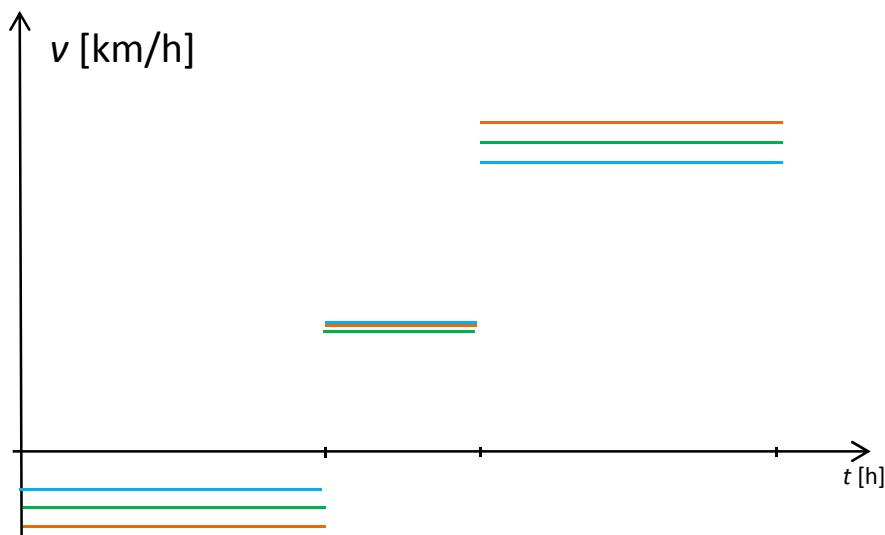
Δ : mindig a végpontból vonjuk ki a kezdőpontot!

$$\Delta x = x_{\text{vég}} - x_{\text{kezdő}}$$

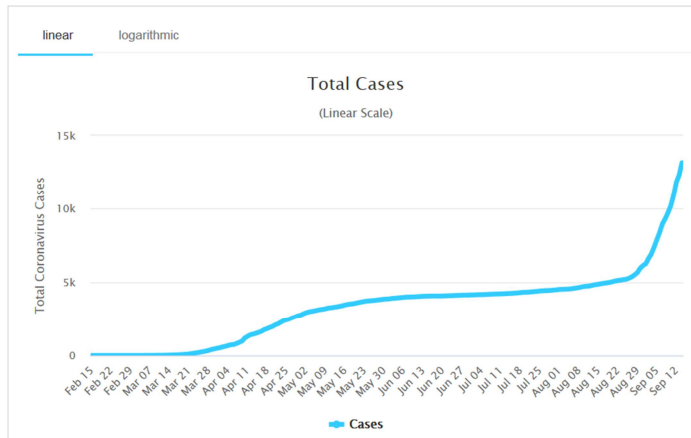
Átlagsebesség: az a konstans sebességérték, ami az adott időintervallum alatt ugyanakkora elmozdulást hoz létre, mint az időben változó sebesség.

Pozitív, ha a végpont x koordinátája nagyobb a kezdőpont x koordinátájánál, vagyis növekvő x értékek irányába mozdult el a test; ill. negatív, ha csökkenő x értékek irányába mozdul el. Ha a mozgás végpontjaként a test visszaérkezik a kiindulópontba, akkor $v_{\text{átl}} = 0$.

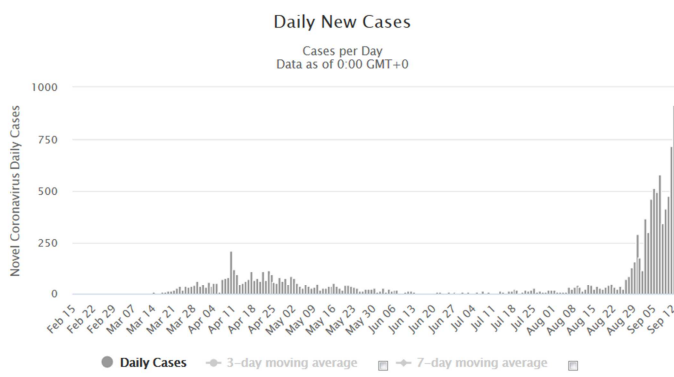
$x(t)$ függvény $\rightarrow v(t)$ függvény:



Total Coronavirus Cases in Hungary

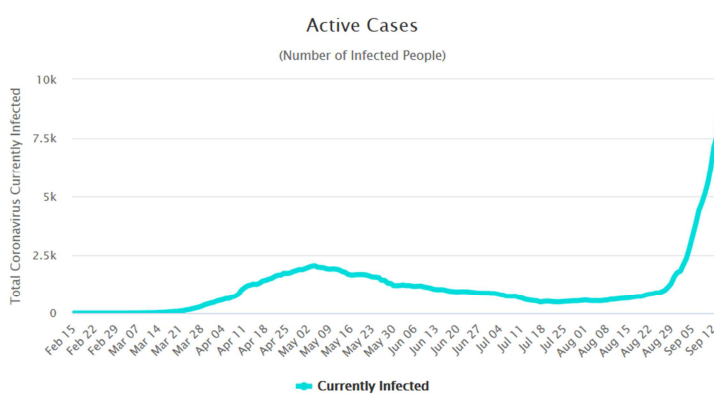


Daily New Cases in Hungary



A „napi új esetek száma” a deriváltja az „összes esetek számának”, az „összes esetek száma” az integrálja a „napi új esetek számának”.

Active Cases in Hungary



A gyógyultak száma (diagram nélkül) negatív érték a fertőzöttek növekedése szempontjából, az „aktív esetek száma” diagram ezért csökkenő is lehet.

Deriválás (függvényhez függvényt rendel):

A derivált függvény azt mutatja, hogy az eredeti függvény éppen mennyire változik.

Növekedés → a derivált pozitív;

csökkenés → a derivált negatív;

állandó → a derivált zérus.

Az eredeti függvényhez húzott érintő meredeksége lesz a derivált függvény értéke minden pillanatban.

Integrálás:

Az integrál függvény értéke attól függ, hogy az eredeti, a pillanatnyi változási sebességet mutató függvény hatására mekkora változás jött létre egy bizonyos idő alatt, és hogy milyen értékről indult ez a változás.

Pozitív érték → nő az integrál;

negatív érték → csökken az integrál;

zérus → nem változik az integrál.

A függvény alatti területtel nő az integrál függvény értéke (a terület negatív is lehet).

JÁTÉK:

általunk megrajzolt függvényhez megrajzolja a derivált ill. integrál függvényt:

https://phet.colorado.edu/sims/calculus-grapher/calculus-grapher_hu.html

A $v(t)$ sebességet az $x(t)$ helykoordináta deriváltja.