**2/1.** Számolja ki az előző heti anyagban bemutatott egyik kisvagonos kísérlet alapján a kisvagon átlagos gyorsulását, és abból egy súrlódási együtthatót!

Adatok:

a kisvagon tömege üresen 47,20 g;

a kisvagonba rakott terhelő tömeg 20 g;

a gyorsító tömeg 5 g;

a kisvagon 2,16 s alatt tesz meg 80 cm-t az indulásától számítva.

m

M0+Mt

Fk

Fny

Fk

Fs

(M0+Mt)g

mg

Megoldás

M0 = 47,20 g = 0,04720 kg; Mt = 20 g = 0,020 kg;

m = 5 g = 0,005 kg;

t1 = 2,16 s; x(t1) = 80 cm = 0,80 m.

Számoljuk ki először a gyorsulást: x0 = 0; v0 = 0

→ x(t1) = ½ a t12 → a = 2∙x(t1) / t12 ,

behelyettesítve

a = 2∙0,8/2,162 = 0,3429 m/s2.

Írjuk fel a terhelő tömeget tartalmazó kisvagon és a fonál végén lógó gyorsító tömeg mozgásegyenletét:

(M0 + Mt) a = Fk – Fs

m a = m g – Fk

Fk a kötélerő nagysága (ismeretlen).

Az Fs súrlódási erő nagysága Fs = μ Fny ,

és a függőleges erők egyensúlyából tudjuk, hogy Fny = (M0+Mt)g, tehát Fs = μ (M0+Mt)g.

(Pozitív iránynak azt vettük fel, amikor a gyorsító tömeg lefelé gyorsul.)

Tehát

(M0 + Mt) a = Fk – μ (M0 + Mt) g

m a = m g – Fk ,

a két egyenletet összeadva

(M0 + Mt + m) a = m g – μ (M0 + Mt) g ,

amiből

μ = $ \frac{m\_{ }g – \left(M\_{0} + M\_{t} + m\right) a}{\left(M\_{0} + M\_{t}\right) g}$ .

Behelyettesítve

μ = $ \frac{0,005 ∙ 10 – \left(0,04720 + 0,020 + 0,005\right) ∙ 0,3429}{\left(0,04720 + 0,020\right) ∙ 10}$ = 0,0376 .

**2/2.** Az előző heti anyagban bemutatott kisvagonos kísérleteknél hanyagoljuk el a súrlódást. Számolja ki a kötélerőt két különböző terhelésnél, és adja meg a százalékos eltérésüket!

Adatok:

a kisvagon tömege üresen 47,20 g;

egyik eset: nincs terhelő tömeg a kisvagonban,

másik eset: a kisvagonba rakott terhelő tömeg 100 g;

a gyorsító tömeg 5 g.

m

M0+Mt

Fk

Fny

Fk

(M0+Mt)g

mg

Megoldás

M0 = 47,20 g = 0,04720 kg; m = 5 g = 0,005 kg;

Mt1 = 0; Mt2 = 100 g = 0,100 kg.

Írjuk fel a terhelő tömeget tartalmazó kisvagon és a fonál végén lógó gyorsító tömeg mozgásegyenletét: Fk a kötélerő nagysága

(M0 + Mt) a = Fk

m a = m g – Fk

(Pozitív iránynak azt vettük fel, amikor a gyorsító tömeg lefelé gyorsul.)

A két egyenletet összeadva

(M0 + Mt + m) a = m g

kifejezhetjük a gyorsulást:

a = m g / (M0 + Mt + m) ,

és ezt bármelyik egyenletbe visszahelyettesítve megkapjuk a kötélerőt:

Fk = $ \frac{m ∙ \left(M\_{0} + M\_{t}\right)}{M\_{0} + M\_{t} + m}$ ∙ g .

Behelyettesítve

terhelés nélkül: Mt1 = 0

Fk1 = $ \frac{0,005 ∙ 0,04720}{0,04720 + 0 + 0,005}$ ∙ 10 = 0,04521 N;

terheléssel: Mt2 = 0,100 kg

Fk2 = $ \frac{0,005 ∙ (0,04720+0,100)}{0,04720 + 0,100 + 0,005}$ ∙ 10 = 0,04836 N.

A hányadosuk

$\frac{F\_{k2}}{F\_{k1}}= \frac{0,04836}{0,04521}$ = 1,0696 ,

tehát ha van terhelő tömeg a kisvagonban, akkor 6,96%-kal nagyobb a kötélerő.

**2/3.** α hajlásszögű lejtőre M tömegű testet helyezünk, rákötünk egy (elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan) fonalat, amit átvetünk a lejtő tetejére rögzített (súrlódásmentes, elhanyagolható tömegű) csigán. Adjuk meg, legalább mekkora tömegű testet kell a függőlegesen lógó fonál végére rögzítenünk, hogy az M tömegű test elkezdjen a lejtőn felfelé gyorsulni!

Adatok:

α = 32°;

M = 85 g = 0,085 kg;

az M tömegű test és az asztal között a tapadási súrlódási együttható μ t = 0,32.

Ft

Mg

Fny

α

Fk

Fk

M

m

mg

Megoldás

Pozitív iránynak vegyük fel azt az irányt, amikor az M tömegű test felfelé gyorsul, a csigán átvetett fonálon levő test pedig lefelé.

A lejtőn levő testre hat a nehézségi erő, amit felbontunk lejtővel párhuzamos és arra merőleges komponensekre: Mgǁ = Mgsinα és Mg⊥ = Mgcosα.

A lejtőre merőlegesen hat még a lejtő által kifejtett nyomóerő, ami egyensúlyban van a nehézségi erő lejtőre merőleges komponensével → Fny = Mgcosα .

A tapadási súrlódási erő nagyságát nem tudjuk, csak azt, hogy maximális értéke

Ft,max = μt Fny = μt Mgcosα , azaz Ft ≤ μt Mgcosα .

A mozgásegyenletek:

M a = Fk – Mgsinα – Ft ,

m a = m g – Fk .

Mivel az M test tapad, ezért a = 0.

A két egyenletet összeadva Fk kiesik, és kifejezhetjük belőle a tapadási súrlódási erőt:

Ft = m g – Mgsinα .

Mivel Ft ≤ μt Mgcosα , ezért addig marad nyugalomban az M test, amíg

m g – Mgsinα ≤ μt Mgcosα

→ m ≤ M ( sinα + μt cosα ) ,

ennél nagyobb m tömeg hatására már gyorsulni kezd.

Tehát

mmin = M ( sinα + μt cosα ) = 0,085 ∙ (sin32° + 0,32∙cos32° ) = 0,06811 kg = 68,11 g.

**2/4.** Vízszintes asztallapra M tömegű testet helyezünk, rákötünk egy (elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan) fonalat, amit átvetünk az asztal szélére rögzített (súrlódásmentes, elhanyagolható tömegű) csigán. Számoljuk ki az M tömegű test és az asztal között a tapadási súrlódási együttható értékét, ha a függőlegesen lógó fonál végére legalább m\* tömegű testet kell rögzítenünk, hogy a testek elkezdjenek gyorsulni!

Adatok:

M = 72 g = 0,072 kg;

m\* = 25 g = 0,025 kg.

m\*

M

Fk

Fny

Fk

Ft

Mg

m\*g

Megoldás

Az M tömegű test addig marad nyugalomban, amíg a rá ható tapadási súrlódási erő legalább akkora, mint a kötélerő, ami gyorsítani akarja. A tapadási súrlódási erő maximális értéke

Ft,max = μt Fny . Most a test vízszintes felületen van, ezért Fny = Mg , tehát

Ft ≤ μt Mg .

Írjuk fel a testek mozgásegyenleteit!

Pozitív iránynak vegyük fel azt az irányt, amikor a csigán átvetett fonálon levő test lefelé gyorsul. Fk a kötélerő.

M a = Fk – Ft ,

m a = mg – Fk .

Mivel az M test tapad, ezért a = 0.

A két egyenletet összeadva Fk kiesik, és kifejezhetjük belőle a tapadási súrlódási erőt:

Ft = m g .

Mivel Ft ≤ μt Mg , ezért addig marad nyugalomban az M test, amíg

m g ≤ μt Mg

→ m / M ≤ μt .

Akkor kezd el csúszni az M test, amikor

μt = m\* / M = 0,025 / 0,072 = 0,3472 .

**2/5.** A sípálya egy meredek szakaszán Lolka a legmeredekebb pályát választja esésirányban (kék nyíl), Bolka viszont átlósan megy a lejtőn (piros nyíl).
Hány százalékkal kisebb Bolka gyorsulása, mint Lolkáé?

Adatok:

H = 64 m;

b = 120 m;

c = 90 m;

mindkettőjük síléce és a hó közötti csúszási súrlódási együttható μ = 0,05.

H

b

c

α

β

d

Megoldás

Felhasználjuk a 2A gyakorlat 1.b) feladatának képletét, miszerint a lejtőn súrlódva lecsúszó test gyorsulása

ale = g⋅(sinα – μ∙cosα).

A két hajlásszöget a két derékszögű háromszög befogóiból tudjuk kiszámolni:

Lolka:

tgα = H / b = 64 / 120 = 0,5333 → α = 28,07° .

Bolka pályájának hajlásszöge abból a derékszögű háromszögből számolható, aminek
a vízszintes síkon fekvő befogója d = $\sqrt{b^{2}+c^{2}}=\sqrt{120^{2}+90^{2}}$ = 150 m :

tgβ = H / d = 64 / 150 = 0,4267 → β = 23,11° .

Behelyettesítve a gyorsulások:

aLolka = 10 ∙ (sin28,07° – 0,05 ∙ cos28,07°) = 4,265 m/s2 ,

aBolka = 10 ∙ (sin23,11° – 0,05 ∙ cos23,11°) = 3,464 m/s2 .

aBolka / aLolka = 3,464 / 4,265 = 0,8124.

1 – 0,8124 = 0,1876 = 18,76% -kal kisebb Bolka gyorsulása, mint Lolkáé.