

## I/1.

Súlylökés esetén elhanyagolható a közegellenállás, tehát a golyó mozgását ferde hajításként kezelhetjük. A súlylökés világrekordjáról készített videóból tudhatjuk a hajítás távolságát, és meghatározható a hajítás ideje:

<https://www.youtube.com/watch?v=AFA35NyAKM>

A hajítás távolsága 23,12 m; a hajítás ideje 2,0 s.

Számolja ki ezek alapján a hajítás kezdősebességét és a pálya csúcspontjának magasságát!

A súly kiindulási magasságának vegyen fel egy reális értéket.

Megoldás

Ferde hajítás:  $x(t) = x_0 + v_{0x} t$ ,  $z(t) = z_0 + v_{0z} t - \frac{1}{2} g t^2$ .

Az origót érdemes úgy megválasztani, hogy a súlylökő talpánál legyen, tehát a kiinduló koordináták:  $x_0 = 0$ , és  $z_0$  a súly elhajításának magassága, ami a súlylökő vállának magassága, mondjuk egy atlétánál  $z_0 = 1,7$  m.

Tudjuk, hogy a test  $t^* = 2,0$  s-ig repül, és ennyi idő után

$d$  távolságra jut, ami az  $x$  koordinátáját jelenti:  $d = x(t^*) \rightarrow d = v_{0x} t^*$

$$\rightarrow v_{0x} = d / t^*;$$

leesik a földre, azaz  $z(t^*) = 0$  lesz:  $z_0 + v_{0z} t^* - \frac{1}{2} g (t^*)^2 = 0$

$$\rightarrow v_{0z} = \frac{1}{2} g t^* - z_0 / t^*.$$

Behelyettesítve:  $v_{0x} = 23,12 / 2,0 = 11,565$  m/s;  $v_{0z} = 5 \cdot 2,0 - 1,7 / 2,0 = 9,15$  m/s.

A kezdősebesség komponenseiből kiszámolhatjuk

a kezdősebesség nagyságát a Püthagorasz-tétellel:

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0z}^2} = \sqrt{11,565^2 + 9,15^2} = 14,75 \text{ m/s}.$$

[és kiszámolhatjuk a vízszintessel bezárt szögét a komponensek hányadosából:

$$\operatorname{tg} \alpha = v_{0z} / v_{0x} = 9,15 / 11,565 = 0,7919 \rightarrow \alpha = 38,35^\circ.]$$

A pálya csúcspontjára akkor ér a súly, amikor a függőleges sebességkomponens ( $v_z$ ) zérus.

$$v_z = v_{0z} - g t_h = 0 \rightarrow t_h = v_{0z} / g = 9,15 / 10 = 0,915 \text{ s}.$$

A pálya csúcspontjának a magasságát úgy kapjuk meg, hogy a  $z(t)$  függvénybe behelyettesítjük ezt az időt:

$$h = z(t_h) = z_0 + v_{0z} t_h - \frac{1}{2} g t_h^2 = 1,7 + 9,15 \cdot 0,915 - (10/2) \cdot 0,915^2 = 5,886 \text{ m}.$$

$$[\text{Vagy: } h = z_0 + v_{0z} t_h - \frac{1}{2} g t_h^2 = \dots = z_0 + \frac{1}{2} v_{0z}^2 / g = 1,7 + 0,5 \cdot 9,15^2 / 10 = 5,886 \text{ m}.]$$

$z_0$  értéke reális lehet az 1,5 – 1,9 m intervallumban, így a kiszámolt értékek

$z_0$	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	m
$v_x$	11,565	11,565	11,565	11,565	11,565	m/s
$v_{0z}$	9,25	9,2	9,15	9,1	9,05	m/s
$v_0$	14,81	14,78	14,75	14,72	14,69	m/s
$t_h$	0,925	0,92	0,915	0,91	0,905	s
$h$	5,78	5,832	5,896	5,941	5,995	m

1/2.

Nézze meg az alábbi videót egy töréskeresztről:

[https://www.youtube.com/watch?v=LmRkPyuet\\_o](https://www.youtube.com/watch?v=LmRkPyuet_o)

Jegyezze fel az autó becsapódási sebességét és becsülje meg az autó begyűrődését, ami azt a távolságot jelenti, amekkora úton az autó lefékeződött. (A visszapattanó szakasszal már nem foglalkozunk.) Számolja ki ezek alapján az autó átlagos gyorsulását, és a lassulás idejét!

MegoldásA becsapódási sebesség  $v_0 = 120$  mérföld/óra,átváltva  $v_0 = 193,1$  km/h = 53,64 m/s.

A begyűrődés kb. 2,2 m (reális becslés 1,5 m és 3,0 m között).

Az átlagos gyorsulással felírva

$$a \text{ sebesség } v = v_0 + a t;$$

$$t^* \text{ idő alatt megáll, azaz } v(t^*) = 0 \rightarrow$$

$$v_0 + a t^* = 0;$$

a megtett út, azaz a helykoordináta megváltozása

$$s = x(t^*) = v_0 t^* + \frac{1}{2} a (t^*)^2 \quad (x_0=0 \text{ választással})$$

A sebesség képletéből kifejezve az időt

$$v_0 + a t^* = 0 \rightarrow t^* = -v_0/a,$$

ezt beírhatjuk az út képletébe:

$$s = x(t^*) = v_0 t^* + \frac{1}{2} a (t^*)^2 = v_0 \cdot (-v_0/a) + \frac{1}{2} a \cdot (-v_0/a)^2 = -v_0^2 / (2a); \text{ itt } a < 0!$$

Így kaptunk egy összefüggést a kezdősebesség és az út között, amiből kifejezhetjük a gyorsulást:

$$s = -v_0^2 / (2a) \rightarrow a = -v_0^2 / (2s).$$

Behelyettesítve az értékeket, a gyorsulás:

$$a = -v_0^2 / (2s) = -53,64^2 / (2 \cdot 2,2) = -653,9 \text{ m/s}^2,$$

ami a nehézségi gyorsulásnak kb. 65-szöröse!

Az ütközés ideje

$$t^* = -v_0 / a = -53,64 / (-653,9) = 0,0820 \text{ s} = 82 \text{ ms}.$$

Más értéket felvéve a begyűrődésre:

<b>s</b>	<b>1,5</b>	<b>1,8</b>	<b>2,1</b>	<b>2,4</b>	<b>2,7</b>	<b>3,0</b>	m
<b> a </b>	959,0	799,2	685,0	599,4	532,8	479,5	m/s <sup>2</sup>
<b>t</b>	0,0559	0,0671	0,0783	0,0895	0,1007	0,1119	s

1/3.

Golfpályán valaki a golflabda elütésekor veszi észre, hogy valaki kinn van a pályán pont azon a helyen, ahová a labdát elütötte, ezért rögtön (0 s alatt) kiabál, hogy FOR, ami azt jelenti, hogy vigyázzanak a pályán kinn lévők. Az ütés kezdősebességének vízszintes komponense 40 m/s volt, 180 m-re ment el a labda, a terep sík.

a) Számolja ki, mennyi ideje van a pályán kinn lévő embernek elugrani a golflabda elől! A hang terjedésének idejét is vegye figyelembe!

b) Mekkora szöveget zárt be a golflabda kezdősebessége a vízszintessel?

### Megoldás

A golflabda az  $x^* = 180$  m távolságot egyenletes  $v_x = 40$  m/s sebességgel teszi meg  $t^*$  idő alatt:

$$t^* = x^* / v_x = 180 / 40 = 4,5 \text{ s.}$$

a) A hang sebességét vegyük  $v_{\text{hang}} = 340$  m/s-nak.

(Függ a levegő hőmérsékletétől, 330 – 350 m/s között elfogadható.)

A hang egyenletes sebességgel teszi meg ezt az utat, az ehhez szükséges idő

$$t_{\text{hang}} = x^* / v_{\text{hang}} = 180 / 340 = 0,5294 \text{ s.}$$

A pályán sétáló embereknek ennyivel kevesebb idejük van a golflabda odaérkezésének  $t^*$  idejénél, hogy még időben elugorjanak:

$$t_{\text{max}} = t^* - t_{\text{hang}} = 4,5 - 0,5294 = 3,971 \text{ s.}$$

b) A golflabda  $t^* = 4,5$  s-ig repül, ekkor érkezik vissza a földre, a függőleges koordinátája ekkor lesz újra ugyanannyi, mint ahonnan indult. (Legegyszerűbb úgy felírni, hogy  $z_0 = 0$  magasságból indul, és oda érkezik vissza.) Ebből kiszámolható a kezdősebességének függőleges komponense:

$$v_{0z} t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} = 0 \quad \rightarrow \quad v_{0z} = g t^* / 2 = 22,5 \text{ m/s}$$

(Az egyenletben a  $t^* = 0$  az indulás ideje.)

A kezdősebesség komponenseiből kiszámolható a vízszintessel bezárt szöge:

$$\text{tg } \alpha = v_{0z} / v_x = 22,5 / 40 = 0,5625 \quad \rightarrow \quad \alpha = 29,36^\circ .$$

I/4.

Viráglocsolásakor valaki véletlenül leverte a cserépet, így a cserép szabadeséssel kezdett zuhanni a 15. emeletről, 44 m magasról. Azonnal kiált egy nagyot, hogy vigyázzanak, esik a cserép (ez 0 s alatt megtörténik). Számolja ki, mennyi lehet a lent esetlegesen arra járó átlagos magasságú emberek maximális reakcióideje, hogy még el tudjanak ugrani a zuhanó cserép elől! A hang terjedési idejét is vegye figyelembe!

Megoldás

A cserép szabadeséssel zuhan  $z_0 = 44$  m magasról

$$\rightarrow z \text{ koordinátája: } z(t) = z_0 - \frac{1}{2}gt^2.$$

Vegyünk átlagos testmagasságnak 1,7 m-t, tehát a cserép akkor esik valakinek a fejére, amikor a z koordinátája  $z^* = 1,7$  m. Az ehhez szükséges idő  $t^*$ :

$$z_0 - \frac{1}{2}g t^{*2} = z^* \rightarrow t^* = \sqrt{2 \cdot (z_0 - z^*) / g},$$

$$44 - 5 \cdot t^{*2} = 1,7 \rightarrow t^* = \sqrt{(44 - 1,7) / 5} = 2,909 \text{ s.}$$

A hang sebességét vegyük  $v_{\text{hang}} = 340$  m/s-nak.

(Függ a levegő hőmérsékletétől, 330 – 350 m/s között elfogadható.)

A hang egyenes sebességgel teszi meg ezt az utat, az ehhez szükséges idő

$$t_{\text{hang}} = (z_0 - z^*) / v_{\text{hang}} = (44 - 1,7) / 340 = 0,1244 \text{ s.}$$

A lent sétáló embereknek ennyivel kevesebb idejük van a cserép leesésének idejénél, hogy még időben elugorjanak:

$$t_{\text{max}} = t^* - t_{\text{hang}} = 2,909 - 0,1244 = 2,784 \text{ s.}$$

Más testmagasságot felvéve:

$z^*$	1,6	1,7	1,8	1,9	0	m
$t^*$	2,912	2,909	2,905	2,902	2,966	s
$t_{\text{hang}}$	0,1247	0,1244	0,1241	0,1238	0,1294	s
$t_{\text{max}}$	2,787	2,784	2,781	2,778	2,837	s

I/5.

Számítsa ki, mekkora úton tud megállni egy 50 km/h-val haladó autó száraz, ill. jeges úton, ha az autó száraz úton  $8 \text{ m/s}^2$  nagyságú, jeges úton  $1 \text{ m/s}^2$  nagyságú gyorsulással tud fékezni, és a vezető reakcióideje  $0,5 \text{ s}$ !

Megoldás

$$v_0 = 50 \text{ km/h} = 13,89 \text{ m/s.}$$

A fékezés megkezdése előtti  $t_1 = 0,5 \text{ s}$ -ban az autó egyenletes sebességgel megtesz

$$s_1 = v_0 t_1 = 13,89 \cdot 0,5 = 6,944 \text{ m-t.}$$

A fékezésnél a sebesség egyenletesen változik:  $v = v_0 + a t$  ( $a < 0!$ ).

A gyorsulás szárazon  $a_{\text{száraz}} = -8 \text{ m/s}^2$ , jeges úton  $a_{\text{jeges}} = -1 \text{ m/s}^2$ .

Az autó  $t^*$  idő alatt megáll, azaz  $v(t^*) = v_0 + a t^* = 0 \rightarrow t^* = -v_0/a$ .

Ezt beírhatjuk az út képletébe:

$$s_2 = x(t^*) = v_0 t^* + \frac{1}{2} a (t^*)^2 = v_0 \cdot (-v_0/a) + \frac{1}{2} a \cdot (-v_0/a)^2 = -v_0^2 / (2a).$$

Így akár az idő kiszámítása nélkül is kiszámolhatjuk a megtett utat:

$$s_2 = -v_0^2 / (2a).$$

Száraz úton

$$s_{2, \text{száraz}} = -13,89^2 / (2 \cdot (-8)) = 12,06 \text{ m} \quad (\text{a fékezés ideje } 1,736 \text{ s});$$

jeges úton

$$s_{2, \text{jeges}} = -13,89^2 / (2 \cdot (-1)) = 96,45 \text{ m} \quad (\text{a fékezés ideje } 13,89 \text{ s}).$$

A megállásig megtett összes út

száraz úton

$$s_{\text{száraz}} = s_1 + s_{2, \text{száraz}} = 6,944 + 12,06 = 19,00 \text{ m};$$

jeges úton

$$s_{\text{jeges}} = s_1 + s_{2, \text{jeges}} = 6,944 + 96,45 = 103,4 \text{ m}.$$