**I/1.**

Súlylökés esetén elhanyagolható a közegellenállás, tehát a golyó mozgását ferde hajításként kezelhetjük. A súlylökés világrekordjáról készített videóból tudhatjuk a hajítás távolságát, és meghatározható a hajítás ideje:

<https://www.youtube.com/watch?v=_AFA35NyAKM>

A hajítás távolsága 23,12 m; a hajítás ideje 2,0 s.

Számolja ki ezek alapján a hajítás kezdősebességét és a pálya csúcspontjának magasságát!
A súly kiindulási magasságának vegyen fel egy reális értéket.

Megoldás

Ferde hajítás: x(t) = x0 + v0x t , z(t) = z0 + v0z t – ½ g t2 .

Az origót érdemes úgy megválasztani, hogy a súlylökő talpánál legyen, tehát a kiinduló koordináták: x0 = 0, és z0 a súly elhajításának magassága, ami a súlylökő vállának magassága, mondjuk egy atlétánál z0 = 1,7 m.

Tudjuk, hogy a test t\* = 2,0 s-ig repül, és ennyi idő után

d távolságra jut, ami az x koordinátáját jelenti: d = x(t\*) → d = v0x t\*

→ v0x = d / t\*;

leesik a földre, azaz z(t\*) = 0 lesz: z0 + v0z t\* – ½ g (t\*)2 = 0

→ v0z = ½ g t\* – z0 / t\* .

Behelyettesítve: v0x = 23,12 / 2,0 = 11,565 m/s; v0z = 5 ∙ 2,0 – 1,7 / 2,0 = 9,15 m/s.

A kezdősebesség komponenseiből kiszámolhatjuk

a kezdősebesség nagyságát a Püthagorasz-tétellel:

.

 [és kiszámolhatjuk a vízszintessel bezárt szögét a komponensek hányadosából:

 tgα = v0z / v0x = 9,15 / 11,565 = 0,7919 → α = 38,35°.]

A pálya csúcspontjára akkor ér a súly, amikor a függőleges sebességkomponens (vz) zérus.

vz = v0z – gth = 0 → th = v0z/g = 9,15/10 = 0,915 s.

A pálya csúcspontjának a magasságát úgy kapjuk meg, hogy a z(t) függvénybe behelyettesítjük ezt az időt:

h = z(th) = z0 + v0z t – ½ g t2 = 1,7 + 9,15∙0,915 – (10/2)∙0,9152 = 5,886 m.

[Vagy: h = z0 + v0zth – ½gth2 = … = z0 + ½v0z2/g = 1,7 + 0,5∙0,9152/10 = 5,886 m.]

z0 értéke reális lehet az 1,5 – 1,9 m intervallumban, így a kiszámolt értékek

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **z0** | **1,5** | **1,6** | **1,7** | **1,8** | **1,9** | m |
| **vx** | 11,565 | 11,565 | 11,565 | 11,565 | 11,565 | m/s |
| **v0z** | 9,25 | 9,2 | 9,15 | 9,1 | 9,05 | m/s |
| **v0** | 14,81 | 14,78 | 14,75 | 14,72 | 14,69 | m/s |
| **th** | 0,925 | 0,92 | 0,915 | 0,91 | 0,905 | s |
| **h** | 5,78 | 5,832 | 5,896 | 5,941 | 5,995 | m |

**I/2.**

Nézze meg az alábbi videót egy töréstesztről:

<https://www.youtube.com/watch?v=LmRkPyuet_o>

Jegyezze fel az autó becsapódási sebességét és becsülje meg az autó begyűrődését, ami azt a távolságot jelenti, amekkora úton az autó lefékeződött. (A visszapattanó szakasszal már nem foglalkozunk.) Számolja ki ezek alapján az autó átlagos gyorsulását, és a lassulás idejét!

Megoldás

A becsapódási sebesség v0 = 120 mérföld/óra,

átváltva v0 = 193,1 km/h = 53,64 m/s.

A begyűrődés kb. 2,2 m (reális becslés 1,5 m és 3,0 m között).

Az átlagos gyorsulással felírva

a sebesség v = v0 + a t;

t\* idő alatt megáll, azaz v(t\*) = 0 →

v0 + a t\* = 0 ;

a megtett út, azaz a helykoordináta megváltozása

 s = x(t\*) = v0 t\* + ½ a(t\*)2 (x0=0 választással)

A sebesség képletéből kifejezve az időt

v0 + a t\* = 0 → t\* = – v0/a ,

ezt beírhatjuk az út képletébe:

s = x(t\*) = v0 t\* + ½ a(t\*)2 = v0 ∙ (–v0/a) + ½ a ∙ (–v0/a)2 = – v02 / (2a) ; itt a < 0!

Így kaptunk egy összefüggést a kezdősebesség és az út között, amiből kifejezhetjük a gyorsulást:

s = – v02 / (2a) → a = – v02 /(2s) .

Behelyettesítve az értékeket, a gyorsulás:

a = – v02 /(2s) = – 53,642 / (2∙2,2) = – 653,9 m/s2 ,

ami a nehézségi gyorsulásnak kb. 65-szöröse!

Az ütközés ideje

 t\* = – v0 / a = – 53,64 / (–653,9) = 0,0820 s = 82 ms.

Más értéket felvéve a begyűrődésre:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **s** | **1,5** | **1,8** | **2,1** | **2,4** | **2,7** | **3,0** | m |
| │**a**│ | 959,0 | 799,2 | 685,0 | 599,4 | 532,8 | 479,5 | m/s2 |
| **t** | 0,0559 | 0,0671 | 0,0783 | 0,0895 | 0,1007 | 0,1119 | s |

**I/3.**

Golfpályán valaki a golflabda elütésekor veszi észre, hogy valaki kinn van a pályán pont azon a helyen, ahová a labdát elütötte, ezért rögtön (0 s alatt) kiabál, hogy FOR, ami azt jelenti, hogy vigyázzanak a pályán kinn lévők. Az ütés kezdősebességének vízszintes komponense
40 m/s volt, 180 m-re ment el a labda, a terep sík.

a) Számolja ki, mennyi ideje van a pályán kinn lévő embernek elugrani a golflabda elől! A hang terjedésének idejét is vegye figyelembe!

b) Mekkora szöget zárt be a golflabda kezdősebessége a vízszintessel?

Megoldás

A golflabda az x\* = 180 m távolságot egyenletes vx = 40 m/s sebességgel teszi meg t\* idő alatt:

t\* = x\* / vx = 180 / 40 = 4,5 s.

a) A hang sebességét vegyük vhang = 340 m/s-nak.
(Függ a levegő hőmérsékletétől, 330 – 350 m/s között elfogadható.)

A hang egyenletes sebességgel teszi meg ezt az utat, az ehhez szükséges idő

thang = x\* / vhang = 180 / 340 = 0,5294 s.

A pályán sétáló embereknek ennyivel kevesebb idejük van a golflabda odaérkezésének t\* idejénél, hogy még időben elugorjanak:

tmax = t\* – thang = 4,5 – 0,5294 = 3,971 s.

b) A golflabda t\* = 4,5 s-ig repül, ekkor érkezik vissza a földre, a függőleges koordinátája ekkor lesz újra ugyanannyi, mint ahonnan indult. (Legegyszerűbb úgy felírni, hogy z0 = 0 magasságból indul, és oda érkezik vissza.) Ebből kiszámolható a kezdősebességének függőleges komponense:

 v0z t\* – ½ g t\* 2= 0 → v0z = g t\* / 2 = 22,5 m/s

 (Az egyenletben a t\* = 0 az indulás ideje.)

A kezdősebesség komponenseiből kiszámolható a vízszintessel bezárt szöge:

 tg α = v0z / vx = 22,5 / 40 = 0,5625 → α = 29,36° .

**I/4.**

Viráglocsoláskor valaki véletlenül leverte a cserepet, így a cserép szabadeséssel kezdett zuhanni a 15. emeletről, 44 m magasról. Azonnal kiált egy nagyot, hogy vigyázzanak, esik a cserép (ez 0 s alatt megtörténik). Számolja ki, mennyi lehet a lent esetlegesen arra járó átlagos magasságú emberek maximális reakcióideje, hogy még el tudjanak ugrani a zuhanó cserép elől! A hang terjedési idejét is vegye figyelembe!

Megoldás

A cserép szabadeséssel zuhan z0 = 44 m magasról

→ z koordinátája: z(t) = z0 – ½gt2 .

Vegyünk átlagos testmagasságnak 1,7 m-t, tehát a cserép akkor esik valakinek a fejére, amikor a z koordinátája z\* = 1,7 m. Az ehhez szükséges idő t\*:

z0 – ½g t\*2 = z\* → t\* = ,

44 – 5⋅ t\*2 = 1,7 → t\* = = 2,909 s.

A hang sebességét vegyük vhang = 340 m/s-nak.
(Függ a levegő hőmérsékletétől, 330 – 350 m/s között elfogadható.)

A hang egyenletes sebességgel teszi meg ezt az utat, az ehhez szükséges idő

thang = (z0 – z\*) / vhang = (44 – 1,7) / 340 = 0,1244 s.

A lent sétáló embereknek ennyivel kevesebb idejük van a cserép leesésének idejénél, hogy még időben elugorjanak:

tmax = t\* – thang = 2,909 – 0,1244 = 2,784 s.

Más testmagasságot felvéve:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **z\*** | **1,6** | **1,7** | **1,8** | **1,9** | **0** | m |
| **t\*** | 2,912 | 2,909 | 2,905 | 2,902 | 2,966 | s |
| **thang** | 0,1247 | 0,1244 | 0,1241 | 0,1238 | 0,1294 | s |
| **tmax** | 2,787 | 2,784 | 2,781 | 2,778 | 2,837 | s |

**I/5.**

Számítsa ki, mekkora úton tud megállni egy 50 km/h-val haladó autó száraz, ill. jeges úton, ha az autó száraz úton 8 m/s² nagyságú, jeges úton 1 m/s² nagyságú gyorsulással tud fékezni, és a vezető reakcióideje 0,5 s!

Megoldás

v0 = 50 km/h = 13,89 m/s.

A fékezés megkezdése előtti t1 = 0,5 s-ban az autó egyenletes sebességgel megtesz

s1 = v0 t1 = 13,89⋅0,5 = 6,944 m-t.

A fékezésnél a sebesség egyenletesen változik: v = v0 + a t ( a < 0 ! ) .

A gyorsulás szárazon aszáraz = – 8 m/s2 , jeges úton ajeges = –1 m/s2.

Az autó t\* idő alatt megáll, azaz v(t\*) = v0 + a t\* = 0 → t\* = – v0/a .

Ezt beírhatjuk az út képletébe:

s2 = x(t\*) = v0 t\* + ½ a(t\*)2 = v0 ∙ (–v0/a) + ½ a ∙ (–v0/a)2 = – v02 / (2a) .

Így akár az idő kiszámítása nélkül is kiszámolhatjuk a megtett utat:

s2 = – v02 / (2a) .

Száraz úton

 s2, száraz = – 13,892 / (2⋅(–8)) = 12,06 m (a fékezés ideje 1,736 s) ;

jeges úton

 s2, jeges = – 13,892 / (2⋅(–1)) = 96,45 m (a fékezés ideje 13,89 s) .

A megállásig megtett összes út

száraz úton

 s száraz = s1 + s2, száraz = 6,944 + 12,06 = 19,00 m ;

jeges úton

 s jeges = s1 + s2, jeges = 6,944 + 96,45 = 103,4 m .