2. ÓRA

**3B/1. (MÁ 596.)** Kocka alakú edényt ismeretlen sűrűségű folyadékkal töltünk meg. Mekkora nyomóerő hat az edény oldallapjaira?

Megoldás

Jelölje a kocka élhosszát a.

A folyadék fölött levő levegő nyomásától eltekintünk, csak a folyadék által a kocka oldallapjára kifejtett nyomóerő nagyságát számoljuk ki. Ez a nyomás a hidrosztatikai nyomásból származik, ami a felszíntől lefelé mért h magassággal lineárisan nő:

p(h) = ρ g h

Egy adott magasságban levő ΔAi felületelemre a nyomásból származó nyomóerő

Fny,i(h) = p(h) ∙ ΔAi = ρ g h ∙ ΔAi,

és a teljes felületre ható nyomóerő ezeknek az összege:

Fny = .

h

ΔAi

a

Fny,i = ρ g h ΔAi

p = ρ g h

p = 0

p = ρ g a

Ezt az összeget kiszámolhatjuk úgy, hogy észrevesszük, hogy a lineáris változás miatt az alsó és felső pontokról haladva közép felé két nyomás átlaga mindig azt a nyomást adja, ami a kocka oldallapjának fele magasságában lép fel:

pátl = ρ g (a/2),

tehát az átlagos nyomóerő

Fny,átl = ρ g (a/2) ∙ ΔAi.

a

p = 0

p = ρ g a

a/2

p = ρ g a/2

Fny,átl = ρ g (a/2) ΔAi

Ezt felhasználva

Fny = = = pátl = pátl ∙ A = pátl ∙ a2,

mivel a felületelemek összege a kocka oldallapját adja, aminek területe A = a2.

Behelyettesítve pátl értékét

Fny = ρ g (a/2) ∙ a2 = ½ ρ g a3.

Ebben felismerhetjük, hogy

ρ a3 = ρ V = m

éppen a kockába töltött folyadék tömege, ezzel kifejezve tehát

Fny = ½ mg

nagyságú nyomóerő hat a kocka egy oldallapjára.

**3B/2. (MÁ 623.)** Jégtábla úszik a vízen. Felső vízszintes lapjának területe 4 m2. A jégtábla vastagsága 30 cm, a jég sűrűsége 0,92∙103 kg/m3.

Rámehet-e egy 80 kg tömegű ember anélkül, hogy elsüllyedne?

Megoldás

A = 4 m2; d = 30 cm = 0,3 m; ρjég = 0,92∙103 kg/m3; ρvíz = 103 kg/m3.

Jelölje m az ember tömegét, M a jégtábla tömegét, és

dbe a jégtábla vastagságának vízbe merülő részét, így a bemerülő térfogat Vbe = A dbe.

A jégtáblára ható erők:

nehézségi erő (lefelé), a nagysága

Fg = M g = ρjég V g = ρjég Ad g;

felhajtóerő (felfelé), a nagysága

Ffel = ρvíz Vbe g = ρvíz A dbe g;

az ember által a jégtáblára kifejtett F erő (lefelé), a nagysága

F = mg (mivel az ember a jégtáblán nyugalomban van).

d

dbe

M

ρjég

ρvíz

**F**

**Ffel**

**Fg**

A jégtáblára felírható mozgásegyenlet (felfelé pozitív)

Ffel – Fg – F = 0,

azaz

ρvíz A dbe g – ρjég Ad g – F = 0 .

Fejezzük ki ebből az F erőt:

F = ρvíz A dbe g – ρjég Ad g.

Látható, hogy F növekedésével dbe nő, tehát a jégtábla egyre mélyebbre merül. dbe maximális értéke d lehet, különben a jégtábla (rajta az emberrel) már nem úszik, hanem elmerül, tehát

dbe,max = d, és ez határozza meg Fmax értékét.

Oldjuk meg kétféleképpen a feladatot!

I.) Fejezzük ki Fmax értékét, és számoljuk ki, mekkora lehet az ember mmax tömege.

Az F = ρvíz A dbe g – ρjég Ad g képletbe beírva a dbe,max = d értéket

Fmax = ρvíz Ad g – ρjég Ad g = (ρvíz – ρjég ) Ad g ,

a számértékeket behelyettesítve

Fmax = (1000 – 920) kg/m3 ∙ 4 m2 ∙ 0,3 m ∙ 10 m/s2 = 960 N = mmax g

→ mmax = 96 kg tömegű embert bír el a jégtábla, tehát a 80 kg tömegű emberrel nem süllyed el.

II.) Számoljuk ki, mennyire süllyed be a 80 kg tömegű emberrel a jégtábla, és ellenőrizzük, hogy ez kevesebb, mint a jégtábla vastagsága.

ρvíz A dbe g – ρjég Ad g – F = 0 →

dbe = = d + .

A számértékeket behelyettesítve

dbe = ∙ 0,3 + = 0,296 m.

Mivel dbe < d, a jégtábla nem süllyed el a 80 kg-os emberrel.

A II.) megoldásban levezetett dbe = d + képletből könnyen kiszámolhatjuk, mennyire süllyed be egy d vastagságú jégtábla pusztán a saját tömegétől (azaz ha F = 0):

dbe = d = ∙ d ,

tehát a vízbe merülő térfogat úgy aránylik a teljes térfogathoz, mint az úszó test sűrűsége a közeg sűrűségéhez.

Mennyire emelkedik meg a víz szintje, ha elolvad a jégtábla?

Képzeljük el, hogy egy valamekkora vízmennyiség tetejére adott tömegű vizet „ráteszünk” jég ill. víz formájában, és számoljuk ki, melyik esetben foglal el nagyobb térfogatot a vízben.

Amikor a jégtábla úszik, akkor a rá ható

Fg = M g nehézségi erő és az

Ffel = ρvíz Vbe g felhajtóerő nagysága egyenlő:

M g = ρvíz Vbe g ,

tehát a bemerülő rész térfogata

Vbe = M / ρvíz , ennyivel emelkedik a vízszint, ha rákerül a jégtábla.

Mivel

M / ρvíz = V ,

ezért látható, hogy a bemerülő rész térfogata éppen megegyezik a jég elolvadásával keletkező víz térfogatával. Tehát a vízszint nem változik, mert mindegy, hogy az adott tömeg jég vagy víz formájában kerül a víz tetejére.

**3B/3.**

*Kísérlet: Egy üvegedényt félig megtöltünk vízzel, és egy olyan kupakkal zárjuk le, amibe egy kis lyukat fúrtunk. Fejjel lefelé fordítjuk az üveget, és megmérjük, mennyi víz folyik ki az üvegből.*

Adatok:

Az üveg teljes térfogata Vüveg = 557 ml (a névleges térfogata 500 ml);

az üveg belső sugara r = 3,7 cm = 0,037 m;

az üvegbe töltött víz térfogata Vvíz,0 = 280 ml;

az üvegbe töltött víz magassága a fejre állított üvegben kezdetben h0 = 10,0 cm = 0,1 m.

Számoljuk ki, mennyi víznek kell kifolyni a lyukon, ha fejre állítjuk az üveget!

Számolás:

Kezdetben a bezárt levegő

térfogata V0 = Vüveg – Vvíz = 277 ml = 277 cm3 = 2,77∙10–4 m3,

nyomása p0 = 105 Pa.

A kifolyt víz térfogatát jelöljük ΔV-vel

→ a végállapotban

a bezárt levegő térfogata V1 = V0 – ΔV (és a nyomása p1);

a vízoszlop magassága h1 = h0 – Δh = h0 – ΔV / A,

ahol A = r2π = 0,0372∙π m3 az üveg belső keresztmetszete.

A bezárt levegő térfogatának növekedésére izoterm állapotváltozást feltételezve felírhatjuk, hogy

p0 V0 = p1 V1 = p1 (V0 + ΔV).

A bezárt levegő nyomása lecsökken a légköri nyomáshoz képest.

A kupakon levő lyuknál egyensúlyban van a külső (p0) és a belső nyomás. A belső nyomás a bezárt levegő p1 nyomásának és a maradék vízoszlop hidrosztatikai nyomásának az összege:

p0 = p1 + ρ g h1 = p1 + ρ g (h0 – ΔV / A).

Fejezzük p1-et az első egyenletből, és írjuk be a második egyenletbe:

p1 = p0 V0 / (V0 + ΔV) →

p0 = p0 V0 / (V0 + ΔV) + ρ g (h0 – ΔV / A).

Ez egy másodfokú egyenlet ΔV-re. Rendezzük:

~~p~~~~0~~ ~~V~~~~0~~ + p0 ΔV = ~~p~~~~0~~ ~~V~~~~0~~ + ρ g h0 V0 + ρ g h0 ΔV – ρ g V0 ΔV / A – ρ g (ΔV)2 / A →

(ρ g / A) ∙ (ΔV)2 + (p0 + ρ g V0 / A – ρ g h0) ∙ ΔV – ρ g h0 V0 = 0.

Behelyettesítve a számértékeket:

ρ g / A = 1000∙10/(0,0372∙π) = 2,325∙106 kg/(s2m4);

p0 + ρ g V0 / A – ρ g h0 = 105 + 1000∙10∙2,77∙10–4/(0,0372∙π) – 1000∙10∙0,1 = 99644 kg/(s2m);

ρ g h0 V0 = 1000∙10∙0,1∙2,77∙10–4 = 0,277 kgm2/s2.

a másodfokú egyenlet:

2,325∙106 (ΔV)2 + 99644 ΔV – 0,277 = 0.

Az egyenlet pozitív (fizikai értelemmel bíró) megoldása

ΔV = 2,78∙10–6 m3 = 2,78 cm3.

Ennyi víznek kell kifolyni az üvegből, ha fejjel lefelé fordítjuk.

Kísérleti eredmény: mvíz = 2,84 g.

p

V

**2**

**1**

**4**

**3**

**3B/4. (MÁ 900., DRS 15.23.)** Az ábrán ideális gáz állapot-változásainak diagramja látható a nyomás – térfogat (p – V) állapotsíkon. Rajzoljuk meg ugyanezt a körfolyamatot

a nyomás – hőmérséklet (p – T) és

a térfogat – hőmérséklet (V – T) állapotsíkon,

megjelölve a megfelelő pontokat!

|  |  |
| --- | --- |
| Megoldás:  pV = nRT |  |

→ p = nRT / V = nR ∙ T ∙ (1/V) olyan hiperbolák, amik nagyobb T érték esetén feljebb vannak.

T4 a legkisebb, T2 a legnagyobb hőmérséklet, és itt most T1 < T3 (de ez a téglalap alakjától függ).

T

p

p

V

V

T

**2**

**1**

**4**

**3**

T4

T1

T2

T3

**1**

**2**

**3**

**4**

**1**

**2**

**4**

**3**

T4

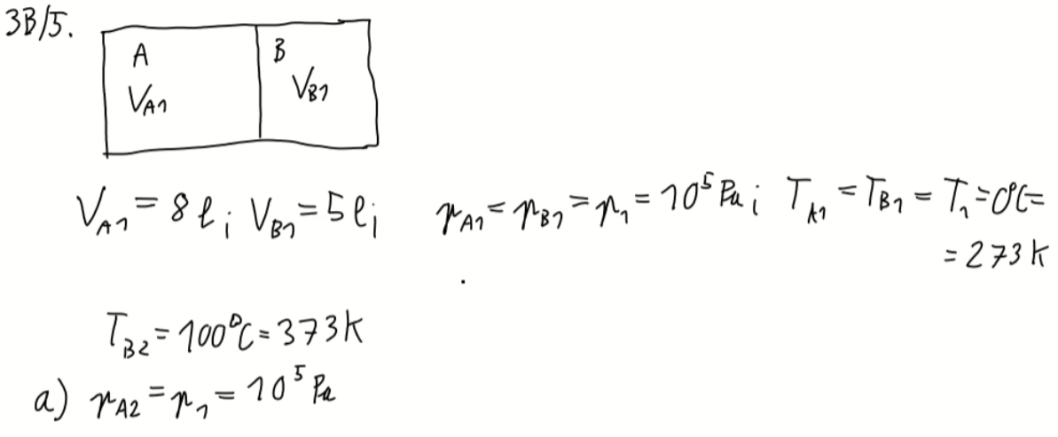
T1

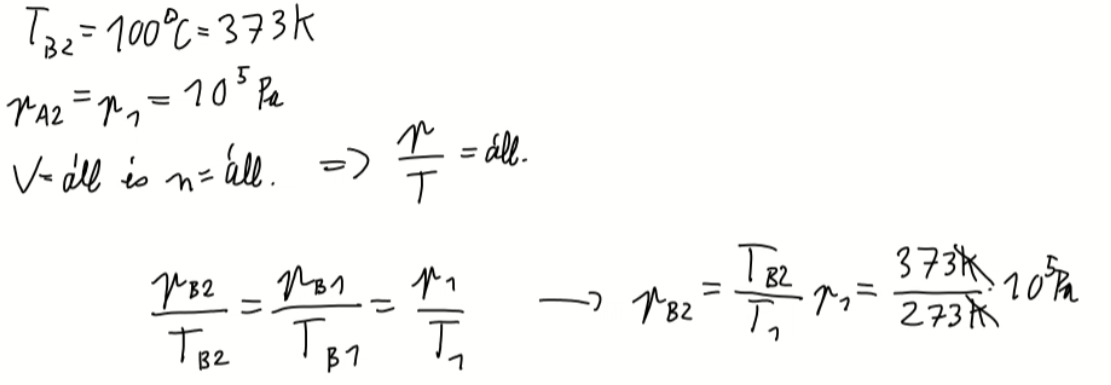
T3

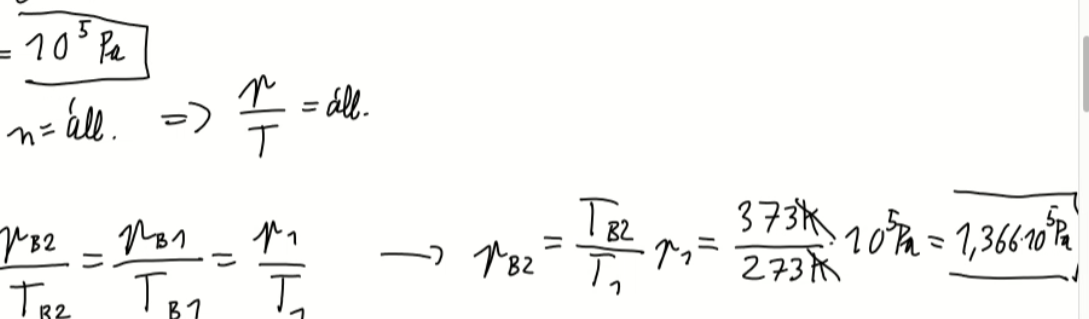
**3B/5. (MÁ 853.)** Henger alakú zárt edényben súrlódásmentes, jól záródó, vékony dugattyú áll. Kiinduláskor a dugattyú bal oldalán 8 l normál állapotú, jobb oldalán 5 l normál állapotú gáz van bezárva. A jobb oldali teret 100 °C-ra megmelegítjük, miközben a dugattyútól balra levő részt továbbra is 0 °C-on tartjuk. A henger fala és a dugattyú hőszigetelőnek tekinthető.

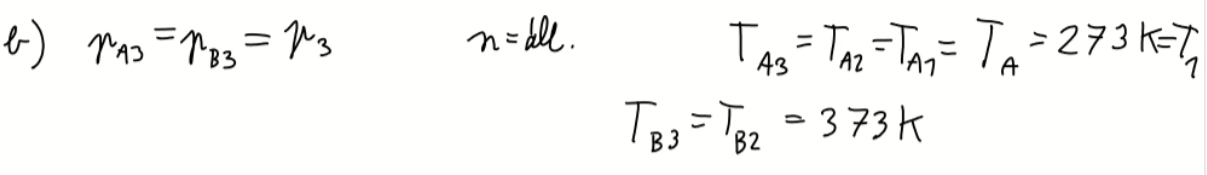
**a)** Mekkora lesz az egyik, ill. a másik oldalon a nyomás, ha a dugattyút melegítés közben nem engedjük elmozdulni?

**b)** Mekkora lesz a bal, ill. a jobb oldali részben a gáz térfogata és nyomása, ha a dugattyú a melegítés folyamán elmozdulhat?









43 perc környéke

Beszámolók kb. 45 perc

**GYAKORLÓ FELADATOK**

hidrosztatika

587., 589., 591., 592., 593., 594., 595., 598., 599.a)b), 601.

felhajtóerő

608., 609., 610., 611., 612., 613., 614., 615., 616., 617., 619., 624., 625., 626.

gáztörvény

818., 819., 820., 821., 822., 823., 824., 825., 827., 829., 832., 838., 839., 842., 843., 844., 848., 849., 850., 851.a), 855., 857., 858., 859., 860., 861., 864., 871., 876., 901., 903.a), 914.a)