**3. NYOMÁS, HIDROSZTATIKAI NYOMÁS ÉS FELHAJTÓERŐ,   
IDEÁLIS GÁZ NYOMÁSA, GÁZTÖRVÉNY, KÖRFOLYAMATOK**

1. GYAKORLAT

A nyomóerő nem mindegy, mekkora felületen hat, ha a lokális hatásokat tekintjük.

Deformációk esetében az egységnyi felületre ható nyomóerő a meghatározó, azaz a   
**nyomás:**

p = ,

mértékegysége: [Pa] = = .

A nyomás skalármennyiség. A nyomásból származó erő mindig merőleges a felületre.

**FELADAT:**

**3A/1. (MÁ 587.)** Becsüljük meg az emberi tenyérre ható, a légnyomásból származó nyomóerőt normál légköri nyomás mellett!

Megoldás

A normál légköri nyomás p0 = 105 Pa.

A tenyér felülete kb. 8 cm ∙ 8 cm = 64 cm2 = 6,4∙10–3 m2.

Fny = p0 A = 105 ∙ 6,4∙10–3 = 640 Pa.

**Nyomás nyugvó fluidumokban**

Fluidum: folyadék, gáz.

A részecskék véletlenszerűen mozognak különböző irányokba különböző nagyságú sebességgel. Ha egy részecske ütközik egy fluidumban levő felülettel, megváltozik a sebessége, és ennek következtében megváltozik az impulzusa:

Δ**I**1r = m∙Δ**v**1r

Ha az ütközés Δt idő alatt történik, akkor

Δ**I**1r / Δt = m ∙ Δ**v**1r / Δt , és Δ**v** / Δt = **a** , tehát  
Δ**I**1r / Δt = m ∙ **a**1r ;

Newton II. axiómája szerint pedig m ∙ **a** = **F** , tehát

Δ**I**1r / Δt = **F**1r .

Egy részecske impulzusa a felület által rá kifejtett **F**1r erő hatására változik meg. Milyen irányú ez az erő?

Δ**v**

**v1**

**v2**

A felülettel való ütközés során a részecskék felülettel párhuzamos sebességkomponense nem változik, de a felületre merőleges sebességkomponens az ellentettjére változik. Mivel Δ**v**1r merőleges a felületre, ezért a felület által kifejtett **F**1r erő is merőleges a felületre.

Adott felülettel sok részecske ütközik, ezek összege adja a nyomóerőt, és a felületegységre vett átlaga adja a nyomást. Mivel a felület által az egyes részecskékre kifejtett nyomóerő iránya nem függ attól, hogy milyen irányból érkezett a részecske, hanem minden részecskére a felületre merőleges irányú erő hat, így a felület által kifejtett nyomóerő mindig merőleges a felületre.

A fluidum egy adott pontján különböző irányú felületeket felvéve vajon változik-e a nyomóerő nagysága? Nyugvó fluidumban a részecskék sebességének eloszlása iránytól független, tehát a felületet bármely irányba forgatva azt tapasztaljuk, hogy a nyomóerő azonos nagyságú. Tetszőleges irányú felülettel ugyanakkora nyomást kapunk, egy adott pontban a nyomás nagysága a felület irányától független. A fluidum egy pontját tehát ez a nyomás jellemzi, ami skalármennyiség, nincs iránya. Az adott pontban fellépő nyomóerő irányát pedig az fogja megadni, hogy benne milyen irányú felületet veszünk fel.

*Kísérlet: Kis pohárba vizet töltünk, egy papírlapot teszünk a tetejére, majd fejjel lefelé fordítjuk. A papírlap nem esik le, mert a légnyomás felfelé nyomja, mivel a felület lefelé irányul. (A lefelé irányuló papírlap a lentről nekiütköző részecskékre lefelé irányuló erőt fejt ki, és ezek ellenereje felfelé irányul, a részecskék felfelé irányuló erőt fejtenek ki a papírlapra.)*

Nyugvó fluidum minden része nyugalomban van, ezért benne a nyomás gyengítetlenül terjed. Ha a gravitációtól eltekintünk, akkor a fluidum minden részében ugyanakkora a nyomás.

*Kísérlet: Kilyuggatott nylonzacskót bármely pontján nyomunk meg, az összes lyukon ugyanakkora sebességgel spriccel a víz, mivel a nyomás az egész zacskóban megnőtt, nem csak a megnyomás helyén. Az is látható, hogy a spriccelő vízsugarak minden lyukon a zacskó felületére merőlegesen indulnak el.*

**Hidrosztatikai nyomás**

h

A

Fg = mg

**Fny**

Az egymás felett levő folyadékrétegek egymást tartják meg. Gondolatban vágjunk körül egy h magasságú, A keresztmetszetű folyadékhasábot, aminek teteje éppen a folyadék felszínén van. Ez a folyadékhasáb nyugalomban van, tehát az alatta levő folyadékréteg által a folyadékhasábra kifejtett nyomóerő egyenlő a folyadékhasábra ható nehézségi erővel:

Fny = Fg = mg.

A folyadékhasáb tömegét írjuk fel a sűrűségével:

m = ρV = ρ Ah.

Kitérő: Mi a sűrűség?

Fajlagos mennyiség, térfogategységre vonatkoztatott tömeg.

ρ = , mértékegysége .

Egy nagyobb, inhomogén test esetén a teljes tömeggel és az össztérfogattal számolt m/V érték a test átlagsűrűségét adja meg. Egy megfelelően kis térfogatra számolt δm/δV lokális sűrűség egy lokális jellemző, inhomogén testekben pontról pontra változhat. A gázok sűrűsége az állapothatározók függvénye, a térfogat a hőmérséklet és a nyomás függvénye.

A folyadékhasáb aljánál, a felszín alatt h mélységben a nyomás

p = = = = ρ g h .

Ez a nyomás nem tartalmazza a folyadékhasáb felszínén uralkodó nyomást.

A felszín felett **p0 légköri nyomás**t figyelembe véve a nyomóerő

Fny = mg + p0A ,

a hidrosztatikai nyomás a szabad felszín alatt h mélységben

p = ρ g h + p0 .

*KÍSÉRLET: Felfelé keskenyedő edénybe vizet öntünk. Az edény alja két helyen át van fúrva, és egy-egy cső jön ki belőle közlekedőedényként: az egyik a közepéből, ahol a legmagasabb felette a vízoszlop, a másik a széléből, ahol alig van felette víz. Mindkét csőben azonos magasságú a vízoszlop.*

A kísérlet azt mutatja, hogy a hidrosztatikai nyomás nem csak a felette levő vízoszlop magasságától függ. A szélső ponton az alacsonyabb vízoszlop felett az edény fala közvetíti azt a nyomást, ami abban a magasságban uralkodik az edény közepén levő magasabb vízoszlop miatt. A hidrosztatikai nyomás az edény aljának minden pontján megegyezik, mivel tudjuk, hogy a folyadék nyugalomban van, tehát azonos magasságban nem lehetnek benne nyomáskülönbségek, mert akkor az abból származó oldalirányú erők áramlást indítanának el.

h

h’

p = ρgh

p’ = ρgh’

p = ρgh

p’ = ρgh’

**Hidrosztatikai felhajtóerő**

Írjuk fel, milyen erők hatnak egy nyugvó folyadék belsejében levő térfogatelemre!

Az egyszerűség kedvéért nézzünk egy kis kockát.

Mivel a folyadék nyugalomban van (sztatika), minden térfogatrészre az erők eredője zérus kell legyen. Az oldalirányú, vízszintes erők eredőjével már feljebb foglalkoztunk (és megállapítottuk, hogy a nyomás azonos magasságban levő térfogatelemeken megegyezik). A függőleges erőket tekintve a kis kockát lentről nyomja az alatta levő térfogatelem Fny,1 erővel, fentről nyomja a felette levő térfogatelem Fny,2 erővel, és hat rá az Fg,f nehézségi erő. A 3 erő eredője zérus:

Fg,f

**Fny,1**

**Fny,2**

Fny,1 – Fny,2 – Fg,f = 0 (a felfelé mutató irány a pozitív irány).

Az alsó felületen ható felfelé mutató Fny,1 nyomóerő nagyobb kell legyen, mint a felső felületen ható lefelé mutató Fny,2 nyomóerő, a két nyomóerő eredője

Fny,1 – Fny,2 = Fny,e

tehát felfelé mutat, és ezt nevezzük felhajtóerőnek.

Az Ffel felhajtóerő nagysága egyenlő a folyadékelemre ható nehézségi erővel:

Ffel = Fg,f .

A nehézségi erőt kifejezhetjük a folyadék ρf sűrűségével:

Fg,f = mfg = ρfVg ,

tehát a felhajtóerő nagysága

Ffel = ρfVg .

Ugyanez a felhajtóerő hat erre a V térfogatrészre akkor is, ha ott nem a folyadék, hanem más test található. Mivel a folyadék helyét elfoglaló testre ható Fg,test nehézségi erő

Fg,test = mtestg = ρtestVg (inhomogén test esetén ρtest a test átlagsűrűsége),

ezért a test

lesüllyed, ha ρtest > ρf;

lebeg, ha ρtest = ρf;

felemelkedik, ha ρtest < ρf.

A fluidum tetején úszó test esetén a rá ható felhajtóerő nagyságát a bemerülő részének térfogatával kell számolni:

Fg,test = Ffel: ρtest Vtest g = ρf Vbemerülő g .

*KÍSÉRLET: Pingponglabda átlagsűrűsége sokkal kisebb, mint a víz sűrűsége, nehezen nyomható le a víz alá, és gyorsan felmegy a víz tetejére, ahol úgy úszik, hogy térfogatának nagy része kinn van a vízből. A jég sűrűsége is kisebb, mint a vízé, de közelebb van hozzá; a jég is felúszik a víz tetejére, ahol úszik, de a térfogatának nagyobb része a víz alatt van.*

**FELADAT**

**3A/2. (MÁ 622.)** Az ólom sűrűsége 11,3∙103 kg/m3, a viaszé 0,86∙103 kg/m3. Mekkora tömegű ólmot kell 105 cm3 viaszhoz adagolnunk, hogy a test lebegjen az 1,04∙103 kg/m3 sűrűségű folyadékban?

Megoldás

ρPb = 11,3∙103 kg/m3; ρv = 0,86∙103 kg/m3; ρf = 1,04∙103 kg/m3;

Vv = 105 cm3 = 1,05∙10–4 m3.

mPb = ?

Akkor lebeg az ólom és a viasz keveréke az adott sűrűségű folyadékban, ha az ólom és viasz keverékének átlagsűrűsége megegyezik a folyadék sűrűségével, ρátl = ρf.

ρátl = = ,

tehát

= ρf → mPb + ρv∙Vv = ρf∙mPb/ρPb + ρf∙Vv →

mPb = = 0,02082 kg = 20,82 g.

**Nyomás gázokban, gáztörvény**

A gázra is igaz, hogy egy adott pontjában a nyomás minden irányban ugyanakkora.

A gázok sűrűsége sokkal kisebb, mint a folyadékoké, ezért a nehézségi erő hatása elhanyagolható, és nem túl nagy magasságú tartályok esetében az egész térfogatban állandónak tekinthető a nyomás.

A gázok állapotát ún. állapothatározókkal adjuk meg:

p nyomás

V térfogat

T hőmérséklet

n molszám

Az állapothatározók között az összefüggést az állapotegyenlet adja meg.

Ideális gázra felírhatjuk a **gáztörvény**t, ami egy tapasztalati összefüggés:

pV = nRT

T a K-ben kifejezett hőmérséklet;

K = °C + 273,15 ; de a feladatokban 273 közelítő értékkel számolunk.

R = 8,314 J/(mol∙K) az egyetemes gázállandó.

Általános esetben az állapothatározók közül több is változhat egyszerre, de gyakorlati szempontból érdekesek azok a folyamatok, amikor valamelyik állapotjelző állandó.

**Izochor folyamat**: V = konst.

Merev falú edénybe zárt gáz állapotváltozása.

Adott mennyiségű gáz (n = konst.) esetén a gáztörvényből látjuk, hogy

p / T = konst.

T

p

p

V

V

T

*KÍSÉRLET: Levegővel töltött zárt palack aljából kivezetett U alakú csőben víz van. Kezdetben a cső két szárában azonos magasságban van a víz, mivel a bezárt levegő nyomása megegyezik a külső légnyomással (a csőnek az a szára nyitott a légkörre). Ha megmelegítjük a palackba zárt levegőt kézzel, ill. hajszárítóval, akkor megnő a nyomása, és az U alakú csőben elmozdul a víz. (Ha a palack térfogatához hozzászámoljuk a csőben levő levegő térfogatát is, akkor ez szigorúan véve nem izochor folyamat, de vékony cső esetén a vízoszlop elmozdulásából származó térfogatváltozás elhanyagolható a palack térfogatához képest.)*

**Izobar folyamat**: p = konst.

Könnyen mozgó dugattyúval elzárt gáz állapotváltozása.

Adott mennyiségű gáz (n = konst.) esetén a gáztörvényből látjuk, hogy

V / T = konst.

T

p

p

V

V

T

*KÍSÉRLET: Egy palack szájára lufit húzunk, úgy, hogy minél kevesebb levegő legyen a lufiban, majd betesszük mélyhűtőbe (kb. 24 °C-os szobából kb. –17 °C-os fagyasztóba). A palackba zárt levegő térfogata csökken, és elkezdi behúzni a palackba a lufit, majd a palack elkezd behorpadni. A fagyasztóból kivéve a melegedést hajszárítóval segítjük, így nő a bezárt térfogat, és amikor a hőmérséklet a kezdeti szobahőmérséklet fölé emelkedik, akkor a lufi is elkezd megtelni levegővel.*

**Izoterm folyamat**: T = konst.

Állandó hőmérsékleten végbemenő állapotváltozások.

Adott mennyiségű gáz (n = konst.) esetén a gáztörvényből látjuk, hogy

p∙V = konst.

T

p

p

V

V

T

*KÍSÉRLET: Cartesius-búvár.*

*Vízzel telt palackban van egy fejjel lefelé fordított (tehát alul nyitott) kémcső. A kémcsőben levő levegő miatt a kémcső + víz + levegő (a búvár) átlagsűrűsége kezdetben kisebb a víz sűrűségénél, ezért a búvár felúszik. Ha a palackot megnyomjuk, a kezünk által kifejtett nyomás a víz közvetítésével megnöveli a kémcsőbe zárt levegő nyomását, ezért annak a térfogata csökken, alulról víz áramlik bele, és a kémcső + víz + levegő átlagsűrűsége nagyobb lesz a víz sűrűségénél, ezért a búvár lesüllyed.*

**FELADATOK**

**3A/3. (MÁ 840.)** 300 l térfogatú, 27 °C hőmérsékletű, 105 Pa nyomású gáz először állandó nyomáson 200 l-rel tágul, másodszor állandó térfogaton a hőmérséklete 123 °C-ra emelkedik.

**a)** Mekkora a gáz hőmérséklete az állandó nyomáson végbement állapotváltozása végén?

**b)** Mekkora a gáz nyomása az állandó térfogaton végbement állapotváltozása végén?

Megoldás

V0 = 300 l = 300 dm3 = 0,3 m3; p0 = 105 Pa; T0 = 27 °C = 300 K

**a)** p = konst., ΔV = 200 l = 200 dm3 = 0,2 m3 → T1 = ?

V1 = V0 + ΔV = 300 + 200 = 500 l = 500 dm3 = 0,5 m3

izobár folyamat, tehát V / T = konst.:

V0 / T0 = V1 / T1 → T1 = V1 / V0 ∙ T0 = 0,5/0,3 ∙ 300 = 500 K = 227 °C.

**b)** V = konst. , T2 = 123 °C = 396 K → p2 = ?

izoterm folyamat, tehát p / T = konst.:

p0 / T0 = p2 / T2 → p2 = T2 / T0 ∙ p0 = 396/300 ∙ 105 = 1,32∙105 Pa.

**3A/4. (MÁ 826.)** Az 1 cm2 keresztmetszetű, azonos szárhosszúságú U alakú cső egyik vége nyitott, a másik vége zárt. A cső zárt végében 20 cm3 0 °C hőmérsékletű gázt a külső levegőtől higany választ el. A higany a nyitott csőszárat teljesen megtölti. A külső légnyomás 105 Pa, a higany hőtágulása elhanyagolható.

**a)** Mekkora a bezárt gáz nyomása?

**b)** A csapon át annyi higanyt engedünk ki, hogy a két csőben a higanyszintek különbsége eltűnjék. Mekkora ekkor a bezárt gáz térfogata?

Kiegészítő anyag:

**c)** Mennyi a kieresztett higanymennyiség térfogata?

**d)** Ezután mennyivel emeljük meg a rendszer hőmérsékletét, hogy a nyitott szárban 4 cm-rel magasabban legyen a higanyfelszín, mint a másik szárban?

Megoldás

A külső légnyomás p0 = 105 Pa; A = 1 cm2; a higany sűrűsége ρHg = 13,6∙103 kg/m3.

Az U alakú cső két szárában a nyomás egyenlő kell legyen (sztatika). Felírhatnánk a nyomások egyenlőségét az U alakú cső aljára, de egyszerűbb választás, ha a bezárt gázoszlop aljának a magasságát választjuk. A jobb oldalon a nyomás a bezárt gáz nyomása. A bal oldalon a nyomás a higany hidrosztatikai nyomása + a felette levő külső légnyomás (a cső azon az oldalon nyitott a légkörre).

**a)** A hidrosztatikai nyomáshoz szükségünk van a higanyoszlop magasságára, ami megegyezik a gázoszlop magasságával.

A bezárt gáz térfogata V1 = 20 cm3 → a gázoszlop magassága h1 = V1/A = 20 cm = 0,2 m.

A bezárt gáz nyomása a kiinduló állapotban p1:

p1 = p0 + ρHgg h1 = 105 + 13,6∙103 ∙ 10 ∙ 0,2 = 1,272∙105 Pa.

**b)** Amikor kiengedünk higanyt, akkor a jobb oldali szárban nő a bezárt gáz térfogata. Izoterm folyamatot feltételezve p∙V = konst. → csökken a bezárt gáz nyomása.

A feladat szövege szerint annyi higanyt engedünk ki, hogy a két oldalon a higany szintje megegyezzen → az egyensúly miatt a higanyszint feletti nyomás meg kell egyezzen a két oldalon. Bal oldalon a cső nyitott a légkörre, tehát a nyomás ott p0 → akkor lesz egyensúlyban a két oldal, ha a bezárt gáz p2 nyomása egyenlő p0-lal, tehát p2 = p0.

p1 V1 = p2 V2 → V2 = p1 / p2 ∙ V1 = 1,272∙105 / 105 ∙ 20 cm3 = 25,44 cm3.

Kiegészítő anyag:

**c)** A jobb oldalon

ΔVjobb = V2 – V1 = 25,44 – 20 = 5,44 cm3 -rel nőtt a levegő térfogata, tehát ennyivel csökkent a higany térfogata.

A bal oldalon ugyanannyi levegő van a higany fölött, mint a jobb oldalon (mert a higany szintje megegyezik a két oldalon), tehát a bal oldalról annyi higanyt kellett kiereszteni, amennyi a bezárt levegő térfogata a jobb oldalon:

ΔVb = V2 = 25,44 cm3,

Tehát

ΔVki = ΔVbal + ΔVjobb = 25,44 + 5,44 = 30,88 cm3 higanyt kellett kiereszteni.

**d)** A bezárt gázt megmelegítve növekszik a nyomása és a térfogata is.

Ha Δh = 4 cm a magasságkülönbség a higanyszintek között, akkor a jobb oldalon 2 cm-rel süllyedt, a bal oldalon 2 cm-rel emelkedett a higany szintje (a csap be van zárva, a cső keresztmetszete a két oldalon megegyezik).

A bezárt gáz térfogatának változása

ΔV3 = A ∙ 2 cm = 2 cm3,

a gáz térfogata

V3 = V2 + ΔV3 = 25,44 + 2 = 27,44 cm3 lesz.

A bezárt gáz nyomását a gázoszlop aljára felírt egyensúlyból tudjuk kiszámolni:

p3 = p0 + ρHgg Δh = 105 + 13,6∙103 ∙ 10 ∙ 0,04 = 105440 Pa.

Ez az állapotváltozás nem izobár, mert változott a gáz nyomása, és nem izochor, mert változott a gáz térfogata is. Írjuk fel a gáztörvényt a kiinduló és a végállapotra:

p2 V2 = nR T2  ill. p3 V3 = nR T3.

Mivel n nem változik, ezért most pV/T = konst.

A két egyenlet hányadosából kifejezhetjük T3-at:

T3 = T2 = ∙273 = 310,5 K.

ΔT = T3 – T2 = 310,5 – 273 = 37,5 K = 37,5 °C-kal kell emelni a hőmérsékletet.

**3A/5. (MÁ 830.)** Egy 50 cm2 alapterületű, 20 cm magas, elhanyagolható súlyú, alul nyitott, vékony falú dobozt addig nyomunk be higanyba, amíg éppen a felső szintjéig merül le. A hőmérséklet állandó, a külső levegő nyomása 105 Pa.

20 cm

**a)** Mekkora a doboz belsejében ekkor a levegő nyomása?

**b)** Mekkora erővel kell a dobozt ebben a helyzetben leszorítanunk?

Megoldás

ℓ

h

d

**F**

**Fg**

**Ffel**

p1

p0

p0 = 105 Pa; A = 50 cm2 = 5∙10–3 m2;

a doboz magassága ℓ = 20 cm = 0,2 m;

a higany sűrűsége ρHg = 13,6∙103 kg/m3.

Amikor a dobozt benyomjuk a higanyba, a benne levő levegő összenyomódik, és alulról higany áramlik be a helyére. Jelölje h a beáramlott higany magasságát,   
és d a csökkent térfogatú levegő magasságát, h + d = ℓ.

A folyamat izoterm, T = konst. → pV = konst. → a bezárt levegő nyomása megnő.

Kezdetben a dobozban levő levegő nyomása p0 volt, és a térfogata V0 = Aℓ;

a higanyba benyomva a levegő nyomása p1 lett, és a térfogata V1 = Ad, ezekkel:

p0 V0 = p1 V1: p0 Aℓ = p1 Ad.

A dobozba bezárt gáz p1 nyomása egyensúlyt tart a higany hidrosztatikai nyomásával és a felette levő légköri nyomással. A bezárt levegőoszlop aljára felírva:

p1 = p0 + ρHg g d

Két egyenletünk van két ismeretlennel (p1 és d):

p0 ℓ = p1 d

p1 = p0 + ρHg g d

Az elsőből d = p0 / p1 ∙ ℓ , amit beírunk a második egyenletbe:

p1 = p0 + ρHg g p0 / p1 ∙ ℓ → p12 – p0 p1 – ρHg g p0 ℓ = 0

p1 = = = 1,222∙105 Pa.

A másik gyök negatív, fizikailag értelmetlen.

Itt nem volt kérdés, de gyorsan kiszámíthatjuk, mekkora a levegőoszlop magassága:

d = p0 / p1 ∙ ℓ = 105 / 1,222∙105 ∙ 0,2 = 0,1636 m.

**b)** A higanyba belenyomott dobozra 3 erő hat: az Fg nehézségi erő, az Ffel felhajtóerő, és az általunk kifejtett F erő, a 3 erő eredője zérus kell legyen:

Ffel – Fg – F = 0 (a felfelé mutató erőket tekintve pozitívnak).

Mivel a dobozba alulról beáramlott a higany, most a doboz + levegő + benne levő higany rendszerre ható erőket kell felírnunk.

A nehézségi erő

Fg = (mdoboz + mlevegő + mHg) g.

A feladat szövege szerint a doboz tömege elhanyagolható, és még inkább elhanyagolható a levegő tömege. A higany tömege pedig mHg = ρHg Ah, és h = ℓ – d, tehát

Fg = ρHg A(ℓ–d) g .

A felhajtóerő számításához a doboz térfogatát kell beírni:

Ffel = ρHg Aℓ g.

Az általunk kifejtendő erő

F = Ffel – Fg = ρHg Aℓ g – ρHg A(ℓ–d) g = ρHg Ad g

Behelyettesítve

F = 13,6∙103 kg/m3 ∙ 5∙10–3 m2 ∙ 0,1636 m ∙ 10 m/s2 = 111,2 N.